



Biblioteca Breve

SÉRIE PENSAMENTO E CIÊNCIA

VIDA E OBRA
DE
PEDRO NUNES

COMISSÃO CONSULTIVA

JOSÉ V. DE PINA MARTINS
Prof. da Universidade de Lisboa

JOÃO DE FREITAS BRANCO
Historiador e crítico musical

JOSÉ-AUGUSTO FRANÇA
Prof. da Universidade Nova de Lisboa

JOSÉ BLANC DE PORTUGAL
Escritor e Cientista

HUMBERTO BAQUERO MORENO
Prof. da Universidade do Porto

JUSTINO MENDES DE ALMEIDA
Doutor em Filologia Clássica pela Univ. de Lisboa

DIRECTOR DA PUBLICAÇÃO
ÁLVARO SALEMA

MANUEL SOUSA VENTURA

Vida e Obra
de
Pedro Nunes



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Título

Vida e Obra de Pedro Nunes

Biblioteca Breve / Volume 99

1.^a edição — 1985

Instituto de Cultura e Língua Portuguesa
Ministério da Educação

© *Instituto de Cultura e Língua Portuguesa*
Divisão de Publicações
Praça do Príncipe Real, 14-1.º, 1200 Lisboa
Direitos de tradução, reprodução e adaptação,
reservados para todos os países

Tiragem
5000 exemplares

Coordenação geral
Beja Madeira

Orientação gráfica
Luís Correia

Distribuição comercial
Livraria Bertrand, SARL
Apartado 37, Amadora — Portugal

Composição e impressão
Oficinas Gráficas da Minerva do Comércio
de Veiga & Antunes, Lda.
Trav. da Oliveira à Estrela, 10.

Março 1985

A MEUS PAIS

ÍNDICE

PREÂMBULO	7
I / DA VIDA	10
Súmula biográfica	10
A «dama da cutilada»	16
Pedro Nunes e a Astrologia	18
II / PERFIL DO PEDAGOGO	21
O professor de pilotos	21
O professor universitário	24
III / DA OBRA	29
Panorama histórico-cultural	29
Das fontes livrescas de Pedro Nunes	32
O cosmógrafo	44
Da evolução dos métodos de marear	59
Pedro Nunes e a crise da cartografia	62
Pedro Nunes, precursor da navegação astronómica	70
O cálculo da latitude pelo Sol	77
Pedro Nunes: a bússola e a declinação magnética	85
Da agulha de marear	90
Pedro Nunes, inventor de instrumentos náuticos e de construções gráficas	94
IV / O MATEMÁTICO	110
O geómetra	110
O cosmólogo-filósofo	127
Pedro Nunes na física	130
O algebrista	132
NOTAS	154
TÁBUA CRONOLÓGICA FUNDAMENTAL	158
BIBLIOGRAFIA	163

PREÂMBULO

Apesar dos valiosos serviços prestados pelos investigadores que já se debruçaram sobre a Vida ou a Obra do matemático Pedro Nunes, permanecem ainda zonas envoltas em nuvens de ignorância. Mais na Vida que na Obra.

Qual a genealogia de Nunes e onde teria ele feito os seus primeiros estudos? Sua mulher nasceu nas vizinhanças de Salamanca ou na região de Évora? Quantos anos frequentou a Universidade salmantina e em que ano voltou, de novo, a Alcalá de Henares? Etc, etc. São estas algumas, de entre muitas outras, interrogações cujas respostas poderão alimentar matéria em oportunidades futuras. Daí que a história biográfica do matemático português possa, de certo modo, suscitar conjecturas ou eventuais aspectos lendários e secundários, veiculados nos rios da tradição. Mas que é a História, que são as tradições e as lendas? Será a verdade histórica uma palmatória para uso da crítica; um ideal intangível; um tormento de historiadores e de escritores em geral? E não será a lenda em si o instinto, quase sempre seguro, da multidão anónima e a resultante do *sentir* milhares de corações?

Seja como for. O certo é que no tricotar deste livro o autor sentiu bem ser verdade que se a história mais aprazível para o Leitor ou Ouvinte é sempre a mais curta, para o narrador, porém, é a mais comprida. Ora esta «história sobre Pedro Nunes» vai ser muito longa para certos dos seus pios leitores; mas para o autor ainda assim ficou acanhada — tamanho foi o gosto em falar e homenagear a figura do insigne português de Quinhentos, procurando, muito em especial, divulgá-la entre o grande público. Se, como alguém disse, o *De Crepusculis* é uma obra-prima que só por si justifica a consagração como astrónomo que a Pedro Nunes foi dada, atribuindo o seu nome a uma das crateras da Lua, então ainda não foi rendida ao ilustre matemático a homenagem, à escala nacional, de que é credor. Levantar-lhe uma estátua condigna em Alcácer do Sal, sua terra natal, em Lisboa ou Coimbra? Nada mais justo.

A Marinha de Guerra portuguesa não o tem esquecido; tem honrado o cosmógrafo português baptizando navios com o nome «Pedro Nunes», seguindo um excelente costume seu que vem dos tempos da Monarquia Constitucional: o brigue «Pedro Nunes», construído no Arsenal da Marinha e lançado ao mar em 19 de Junho de 1856, dado como incapaz em 17 de Janeiro de 1874; a antiga galera inglesa «Thermopilae», adquirida em 1896, serviu como Navio-escola «Pedro Nunes», afundado ao largo de Cascais, em exercícios de lançamentos de torpedos, em 13 de Outubro de 1907; o antigo paquete «Malange», da Mala Real Inglesa, lançado ao mar em 1889, passou depois à Companhia N. de Navegação, foi utilizado pelo Governo português desde 1916 como cruzador auxiliar com o nome de «Pedro Nunes», fez serviço durante a

Primeira Grande Guerra, foi desarmado em 1921, voltando (em 9 de Julho de 1923) a ser entregue à C. N. N., que lhe deu o nome anterior.

Em 1934 foi lançado ao mar o Aviso de 2.^a classe «Pedro Nunes», que passou a armamento normal em 11 de Abril de 1935 e foi abatido a partir do dia 8 de Outubro de 1977, sendo o seu último Comandante o capitão de fragata Joaquim Afonso Serra Rodeia. Foi construído no Arsenal da Marinha, segundo planos da autoria do então capitão de fragata Eng.º construtor naval Silvério Coelho de Sousa Mendes, a cujo filho, Comandante José de Sousa Mendes, distinto historiógrafo, ficamos devendo estas informações e muito gratos.

Súmula biográfica

Na fachada de alguns dos seus livros, entre eles o *Tratado da Sphera*, Pedro Nunes escreve: «Nunez, natural de Alcácer do Sal, ja cidade emperatória no século XVI, chamada Salácia, no tempo dos Romanos». Nos trabalhos editados em Coimbra designa-se habitualmente por *Petrus Nonius Salaciens*. No seu *De arte atque ratione navigandi*, Nunes escreve: «Exempligratia, sit anno Domini 1502, quo ego natus sum». Somos, pois, informados pelo próprio de que nasceu no ano de 1502, em Alcácer do Sal. No seu tempo era conhecido mais pelo nome latino Nonius ou Nonnius, mas também o designavam por Nuñez, forma espanhola de Nunes.

Durante anos, alguns dos aspectos da vida de Pedro Nunes andaram envoltos em fumos de ignorância. O seu nome foi confundido com o de homónimos seus, dado que alguns documentos apareceriam misturados com outros referentes a diferentes «doutores Pedro Nunes». Uma primeira parte desta confusão começou por ser deslindada por Teófilo Braga; depois, pelo confronto de assinaturas, foi definitivamente solucionada por Luciano Pereira da Silva.

Posteriormente a estas investigações, foi a vez de Joaquim Martins de Carvalho reforçar as conclusões de Luciano Pereira da Silva: teve a felicidade de descobrir nos arquivos da Universidade de Coimbra a assinatura autêntica do nosso Pedro Nunes — o matemático, o cosmógrafo, o professor universitário. [Fig. 1.]



8 de Novembro de 1553



3 de Março de 1556



12 de Novembro de 1556

Fig. n.º 1 — *Fac-similes* de três assinaturas de Pedro Nunes.
(Reproduzidas de *Os dois doutores Pedro Nunes*, de Luciano Pereira da Silva, Coimbra 1914).

Em suma, com o matemático Pedro Nunes foram confundidas duas outras personagens: um Pedro Nunes, vedor da Fazenda na Índia e Reitor da Universidade de Lisboa em 1536, e ainda um outro Pedro Nunes, inquisidor de Lisboa em 1565.

Mas as grandes nuvens da ignorância que cercavam a obra do matemático português e, sobretudo, a sua biografia, adensando-se durante séculos, começaram a ser dissipadas por Joaquim Bensaúde, depois por outros investigadores ilustres, de que daremos conta neste trabalho.

Pedro Nunes frequentou a Universidade de Lisboa (Estudos Gerais, Escolas Gerais, como se dizia), tendo aqui concluído o bacharelato em Medicina. Seguiu depois para Salamanca em cuja Universidade (1522?-1525?) fez aprendizado e a licenciatura em *Artes*. É plausível admitir que ali tivesse ouvido lições de Sancho de Salaya, então lente de Astronomia; do Padre João Siliceo, mestre de Ciências Naturais e ex-aluno de Matemática na Sorbona, autor de um trabalho de Aritmética, publicado em 1514; além de outros lentes em Medicina e Filosofia.

Pedro Nunes foi também «ouvinte» na Universidade de Alcalá de Henares. Pela primeira vez — ele próprio o recorda no capítulo IV do seu *De arte atque ratione navigandi* — viu, na Biblioteca de Alcalá, um manuscrito onde se encontravam, ao lado das *Tábuas Afonsinas*, as *Tábuas* de Ptolomeu e de Albaténio «para que se pudessem comparar». Presume-se que a Alcalá tivesse voltado, mais tarde, com outro vagar e disponibilidade, para se dedicar a investigações minuciosas que as obrigações de estagiário não lhe teriam permitido.

Na cidade de Tormes (1523?) deixou-se prender pelo coração a uma Senhora, D. Guiomar Areas, filha de Pedro Fernandes Areas, de quem se enamorou, com ela vindo a casar. Dessa união brotaram seis filhos, quatro raparigas e dois rapazes. A saber:

1) D. Isabel da Cunha, falecida em 1621; casou com João Pereira de Sampaio. Tiveram três filhos:

a) Apolónio (Polónio?) Matias Pereira, nascido em 1582, tendo falecido solteiro;

b) Pedro Nunes Pereira, nascido em 1589, formado em Cânones; faleceu solteiro;

c) Ruy Pereira de Sampaio, falecido em Roma, também solteiro.

2) D. Briolanja, a mais velha das moças; casou em 1566, com Manuel da Gama Lobo (que em 1623 era já falecido).

Tiveram quatro filhos:

a) D. Maria, freira em Santa Clara de Elvas;

b) D. Inês, também freira em Santa Clara de Elvas;

c) D. Gabriela, que recolheu igualmente à sombra dos claustros, mas esta no Convento do Lorvão;

d) Francisco da Gama Lobo, celibatário até à morte.

3) D. Francisca, freira no Convento do Lorvão, tendo professado antes do falecimento de seu Pai; ali faleceu, antes de 1623.

4) Pedro Areas (ou Aires), acabou por fazer vida na Índia, onde faleceu.

5) Apolónio Nunes, também buscou emprego na Índia, e ali faleceu.

6) D. Guiomar Coimbra, filha mais nova de Pedro Nunes; ficou solteira, viveu com o pai até à eclosão do triste episódio que a *vox populi* havia de rebuçar de a *dama da cutilada*, após o que recolheu, como freira, ao

Convento de Santa Clara de Coimbra, tendo ali falecido antes de 1623 — episódio a que nos referiremos mais adiante.

É de crer, que a descendência directa do matemático português se tivesse apagado na geração dos netos.

O pai de Pedro Nunes deve ter sido um cristão-novo. A Inquisição, porém, não perseguiu ostensivamente Pedro Nunes e os seus filhos pela sua origem judaica — mas o mesmo não aconteceu com os seus netos, Apolónio Pereira e Pedro Nunes Pereira, filhos de sua filha D. Isabel da Cunha.

A fama de cristão-novo, que vagamente pairou sobre o Cosmógrafo-mor, nunca o prejudicou directamente, como ficou dito. Reis e Príncipes, mesmo depois no tempo do Cardeal-Rei, intransigente e inquisidor, tinham pelo glorioso matemático carinhosa predilecção. Mercês, benefícios, favores da Casa Real não faltaram a Pedro Nunes e sua família. Quem se der ao trabalho de efectuar um cômputo dos seus proventos — tenças (em *reais*) e moios ¹ de trigo —, verificará quão folgada e desafogada foi a vida material de Pedro Nunes: o seu salário mensal andaria, hoje, em torno de 160.000 escudos ².

Não teria Pedro Nunes concluído do modo como desejaria o seu estágio na Universidade salmantina, já o rei D. João III lhe fazia chegar missivas e recados, solicitando o seu regresso ao Reino, convidando-o para «vir ler a cadeira de matemática na Universidade de Coimbra que então o dito Senhor queria reeditar, instituir e fundar na dita cidade e com estas cartas e mandado de El-Rei se veio com a dita sua mulher D. Guiomar para este Reino».

Pouco depois de regressar a Portugal, concluiu a licenciatura em Medicina, na Universidade portuguesa, ainda fixada em Lisboa; é nomeado cosmógrafo do reino, provido na docência das cadeiras de Filosofia Moral e investido na regência das de Lógica e Metafísica. Dedicou-se ao estudo da Matemática e ao das suas aplicações à Náutica, como aliás lhe exigia o seu ofício de cosmógrafo.

Professor de pilotos, cosmógrafo-mor, mais tarde lente de Matemática e Astronomia da Universidade de Coimbra — pela Corte é incumbido de leccionar as ciências matemáticas e a filosofia ao rei D. João III, aos infantes D. Duarte, D. Luís, D. Henrique, a D. António (Prior do Crato), a D. Sebastião, às infantas D. Maria e D. Catarina (filhas de D. Duarte), a nobres e fidalgos. Pedro Nunes veio a ensinar três gerações de Príncipes, formou o espírito dos mais eminentes cérebros do seu tempo, vultos notáveis, como sejam, D. João de Castro (o futuro herói de Diu, o «Honrado viso-Rei», o navegador, o cientista do magnetismo terrestre), o Padre Cristóvão Clávio, jesuíta alemão — o «Euclides da Companhia de Jesus», assim o chamavam —, sem contar com sucessivas gerações de ouvintes anónimos e de numerosos pilotos.

Durante os últimos anos da sua vida, deveriam ter sido frequentes as vindas de Coimbra à Capital do Reino. Aqui vinha para superintender nos aprestos científicos das naus que partiam para a Índia e para o Brasil, orientar navegadores, presidir aos exames de madureza para pilotos, que frequentavam uma disciplina de Náutica expressamente programada pelo Cosmógrafo-mor para aquele efeito.

A «dama da cutilada»

É o ano da Salvação de 1578. Aposentado do magistério universitário desde 1562, mais livre e solto de encargos oficiais, Nunes era todo disponível para a revisão, edição e reedição dos seus trabalhos científicos. Envelhecia ele docemente em Coimbra, numa das casas da Rua da Calçada, provavelmente entre o Convento de Santa Cruz e a congosta que subia pelo Arco de Almedina, o velho professor, Cosmógrafo-mor, estimado por uns, venerado por outros, discutido por alguns tantos que lhe contestavam certos aspectos científicos.

Sua filha mais nova, solteira, acompanhava seu pai. Deixou-se galantear por um rapaz, um tal Heitor de Sá, habitando este ali perto da Calçada, na Rua das Fargas, pertencente a uma família burguesa distinta da região coimbrã. Pedro Nunes chegou mesmo a preparar lato dote, «maior do que o noivo merecia», e fez lavrar contrato de casamento segundo os preceitos sociais da época. Mas Heitor, por sua parte, começou a esfriar, diminuindo assiduidades e causando grandes desgostos a Guiomar, a quem prometera casamento. Pedro Nunes não se acomodou, Guiomar reagiu energicamente: adoptaram o expediente de «recorrer às armas espirituais», citando o perjuro perante o Bispo da Diocese de Coimbra, D. Manuel de Menezes.

Naquela sexta-feira do dia 17 de Janeiro de 1578, o Bispo convoca por intimação oficiosa Guiomar e o noivo para a Igreja de S. João de Almedina, tentando compor as partes desavindas. Inutilmente. Soberbo, Heitor recusa-se terminantemente a aceitar Guiomar como sua mulher. Então, discreta e secreta, Guiomar

serve-se do canivete que havia posto em estojo que lhe pendia da cinta; e, chegando-se a Heitor «com muito despejo lhe deu uma cutilada pelo rosto... a qual, ainda que foi pequena não o foi tanto que não fosse necessário darem-lhe onze pontos».

O Bispo atalhou de pronto, ordenando que D. Guiomar fosse levada para o Aljube, prisão benévola. Decorreram meses. Numa outra sexta-feira, mas já em época pascal, ao sol-pôr, tudo bem combinado, Guiomar saía clandestinamente do Aljube, dentro de uma canastra, escondida, sobre os ombros de um esforçado e corpulento ganhão, rumo ao Convento de Santa Clara, onde lhe deram o hábito de Santa Clara, diante de todas as pessoas que a quiseram ver, naquele Domingo de Ramos.

Durante longos anos se falou e escreveu muito sobre o caso da *dama da cutilada*. Pela calada das noites límpidas de Coimbra, ouvia-se uma voz de estudante, acompanhada à viola, entoar:

«Senhora Dona Guiomar,
Moradora na Calçada.
Que destes a cutilada,
Senhora Dona Guiomar
Que moráveis na Calçada,
Mereceis tença d'El-Rei
Pois destes a cutilada»;

e outra voz respondia, deixando ambígua a verdadeira intenção:

«Foi mui grande o valor d'Ela
E pouca a vergonha d'Ele
Mas se ella ficou sem Elle
Elle não ficou sem Ella».

A 11 de Agosto desse mesmo ano de 1578 morre Pedro Nunes, em Coimbra, uma semana após a tragédia de Alcácer-Quibir, sepulcro onde caía o destino de todo um Povo.

Pedro Nunes e a Astrologia

«Crendice vã e já quasi rejeitada, que emite juízos sobre a vida e a fortuna» — assim definia Pedro Nunes a sua posição perante a Astrologia, pois que, como também afirma, interessava-lhe mais o rigor e a exactidão dos «princípios certíssimos e evidentíssimos da matemática» — atitude, aliás, seguida por alguns lentes renascentistas, cuja filosofia começava a desinteressar-se do escolaticismo mediévico tradicional.

No tempo de Pedro Nunes, os *curricula* escolares incluíam ainda o estudo da Astronomia para usos astrológicos. Por isso, os astrónomos eram recrutados entre os médicos para orientarem os estudos relativos à Náutica ³. Todavia, uma notícia correu em certos meios atribuindo a Pedro Nunes um prognóstico de prática astrológica. Naquela terça feira dia 20 de Janeiro de 1568 fazia D. Sebastião 14 anos de idade. Apesar dessa verdura etária, a Rainha Regente, D. Catarina, tudo apronta para entregar ao neto a responsabilidade do Governo da Nação. Conhecedor do perfil psicológico do moço Rei, seu discípulo, Pedro Nunes resolve pedir audiência à Rainha, dois dias antes da cerimónia, e disse-lhe:

«...que o amor pelo Rei... o obrigavam a sair do seu costume... e se desvelara em apurar o juízo do acto de

posse, quanto permitia a sua ciência e as regras da matemática...». Que se lhe afigurava conveniente avisar sua Alteza de que seria prudente retardar a entrega do Governo a seu neto alguns dias, «ainda que não fossem mais que três», visto que, estando os astros em posição de mau agouro, o seu Reinado seria «instável, cheio de inquietação ordinária e de muy pouca dura».

Perante a recusa delicada e diplomática da Rainha, que encomendava «todo o negócio a Deus, em cuja mão estavam os bons sucessos», o astrólogo, Cosmógrafo-mor, procura encerrar a audiência dizendo que, embora tudo estivesse dependente da vontade de Deus, ele achava que se deviam respeitar as *causas segundas*, e por isso se vira obrigado a «levantar figura recorrendo à parte da matemática que julga dos sucessos futuros», acabando por afirmar: «... assim vejo que são inevitáveis os trabalhos deste Reino, de parte dos quais V. A. será testemunha, ainda que não dou remate deles, em que consiste nossa pouca ventura». O resto é bem conhecido da História Geral...

Alguns biógrafos de Pedro Nunes consideram o prognóstico do Cosmógrafo-mor uma lenda, a juntar a tantas outras mais. Lenda? Tradição? Superstição? É caso para perguntar se a verdade da História não será sempre uma verdade intangível e tormento dos historiadores.

O autor havia posto, aqui, o ponto final das suas considerações sobre este caso. Entretanto chegou ao seu conhecimento um livro, bastante recente (de 1972), que dá notícia de uma carta do famigerado mago isabelino John Dee, para Mercator, onde Dee manifesta a esperança de que Mercator ou Pedro Nunes continuassem os trabalhos sobre magia que ele havia

começado. Mais: atingido por «doença e ansiedade como resultado da sua breve prisão por heresia», Dee exprime ainda o desejo de que Pedro Nunes fosse seu executor testamentário literário, no caso de se verificar a sua morte. Eis um elemento que pode ilustrar um facto histórico das relações entre «hermetistas» luso-britânicos⁴.

II / PERFIL DO PEDAGOGO

O professor de pilotos

Pedro Nunes veio a este Mundo (1502-1578) num período de esplendor, dentro e fora das fronteiras do Reino. Aparece na cena da vida lusitana quando o conjugar das circunstâncias havia conduzido Portugal ao máximo do seu fulgor literário, artístico e científico. A Europa prosperava na crista cultural da «onda» renascentista.

Uma leitura menos cuidada das obras de Pedro Nunes pode deixar-nos a impressão de que a vertente especulativa é de tal modo dominante e envolvente da sua totalidade, que pouco dela ficará disponível para o plano da *praxis* náutica. Lida, porém, com mais vagar, feita depois uma visão global, revela-se-nos que nela está bem inteligível uma aliança eloquente, embora subtil, entre cultura, técnica e humanismo; que o seu Autor foi um pensador, um filósofo, cuja visão sincrética dos princípios influenciou sempre a actividade do pedagogo, do didacta e do cosmógrafo.

Em Nunes, o *saber* não foi arrumado nas naus que de Lisboa ou de Lagos partiam para a Índia e para o Brasil, ou para o mar dos Sargaços; a dicotomia entre o *saber*

(cultura) e o *façer* (técnica) está arredia da sua pedagogia, embora certos atritos pontuais surgidos entre cosmógrafo e pilotos o pareça contradizer.

Nunes, se não foi um experimentador (no sentido moderno do termo) foi pelo menos um verificador. Aliás, a sua alma de israelita, caldeada na sageza do *Genesis*, pegar-se-ia naturalmente à ideia força de que a «graça» — tudo quanto é grátis ou vizinho do *otium* — está e vem do amor do trabalho, da cultura vivida. Os seus esquemas mentais, modelados também nas concepções helénicas, bem entenderiam que o *sábio* (o «sóphos»), é tanto o homem erudito como o é o marceneiro, ou, em geral, o *técnico* («téchnē») que manipula ou executa peças tangíveis; a sentença dos antigos gregos, «o homem pensa porque tem mãos», decerto significaria para Nunes uma síntese de vida, onde criação, humanidade, libertação e liberdade interior são conceitos que podem e devem enlaçar-se com harmonia.

Nunes nunca foi um navegador; ele próprio o sublinha no seu *Tratado em defensam da carta de marear*, quando afirma: «Bem sey quam mal sofrem os pilotos que fale na India quem nunca foy nella: e pratique no mar quem nelle nam entrou». Foi, sobretudo, um criador de teorias náuticas, aplicadas por outros, experimentadas no mar-oceano (o seu grande laboratório). Talvez por isso, principalmente por isso, o seu magistério junto dos lotos nem sempre decorreu manso e macio. Diálogos vivos e agitados, acídulos ou mesmo azedos, entre cosmógrafo (a teoria feita em gabinete) e os pilotos (técnica praticada sobre as vagas marítimas), são de presumir: bastará folhear o seu *Tratado em defensam da carta de marear*.

Alguns métodos preconizados pelo cosmógrafo para determinar latitudes por meio de alturas extrameridianas do Sol — embora teoricamente interessantes — na prática não deram resultados suficientemente exactos. A cartografia, o uso da bússola, a determinação da declinação e inclinação magnéticas, foram muitas vezes pomos de discórdia entre pilotos e Cosmógrafo ⁵. Este, se não deixava, algumas vezes de modo austero, de atribuir àqueles erros e arbitrariedades cometidos, também recalcitrava aos seus objectores, escrevendo mesmo desabafos como estes:

«Eu represento a ciência e esta trata de cousas certas e não imaginárias falsas ou impossíveis»; ou que «acerca do nordestear e noroestear das agulhas tenho por certo que elas não demandam ho polo: porque nam vi agulha que nesta terra nam nordesteasse: na qualidade do nordestear posto que os pilotos o afirmão muito nam lhes dou crédito: porque hūs dizem que nordestea muito: e outros que pouco: em hūs mesmos lugares...»

É porem justo assinalar que as concepções teóricas de Nunes foram, normalmente, incentivadas pelas perguntas feitas pelos navegadores no regresso das suas viagens, depois postas em prática, verificadas pelos pilotos e não só. D. João de Castro, seu discípulo, navegador, foi um examinador das teorias de Pedro Nunes; e, no seu *Roteiro do Mar Roxo*, é ainda mais severo que o Mestre nas críticas dirigidas aos pilotos. Injusto seria não recordar, aqui, que Pedro Nunes procurou estruturar uma Náutica que, para ser verdadeiramente científica, teria de ser apoiada em ciclos reversíveis em termos de *praxis*, numa sintonia que — iniciada já por Duarte Pacheco Pereira, João de Lisboa,

Garcia de Orta, Francisco Faleiro, D. João de Castro, e outros — Nunes não deixou de diligenciar. A seu modo.

Ainda sob este mesmo ângulo, o lado prático do pedagogo também não deve ser posto em causa: a sua exposição é cuidada, cheia de recomendações aos pilotos, ilustrada com exemplos numéricos oportunos, simples e claros para os menos sabidos, como se poderia testemunhar através de variados passos dos escritos que dedica especialmente à Náutica: os *Tratados sobre certas duvidas da navegação* e *Em defensam da carta de marear*.

O professor universitário

Enquanto pedagogo de pilotos, uma parte da obra de Nunes revela que ele procurou dar corpo a uma Náutica científica, estruturar uma navegação astronómica, radicada na matematização do muito que havia sido herdado (mais pela rotina e pelo empirismo do século XV; tentou levar os pilotos a compreender que a sua preparação teórica teria que firmar-se no conhecimento da matemática; soube conciliar o seu pendor teórico e especulativo com o saber de experiências feito dos homens do mar e da governação; harmonizou a problemática das navegações dos portugueses com os factores de um certo experimentalismo que já despontava, como ficou dito.

Quando Pedro Nunes ocupou a sua cátedra em Coimbra, já em certos meios universitários se sentia a necessidade de substituir o afã livresco dos escolásticos, até então entranhado na tradição escolar; pressentia-se uma brisa de sentido modernista na filosofia da ciência

que, mais tarde, haveria de emergir expressivamente no século XVII com Galileu (1564-1642) e Francisco Bacon (1564-1626). Ao encontro dessa aura modernista, rumo à «revolução da experiência», em Nunes vinha a equipagem do matemático, do astrónomo, do físico, do geómetra, em suma, todo o seu conhecimento vivido na realidade da Expansão ultramarina. Nos seus escritos encontramos trechos que bem poderiam figurar nas selectas literárias. Por um lado, se patenteiam um deslumbramento patriótico, por ele levado para a Universidade, por outro podem ter paralelismo na legenda lapidar: «Cessem do sábio grego e do troiano / As navegações grandes que fizeram», da poesia épica de Camões.

Na cátedra da cidade do Mondego, Pedro Nunes soube colocar-se entre a posição *ex-cathedra* e a do homem prático, incorporando a *sua* experiência e a sua pedagogia ao serviço da aprendizagem e do ensino, a seu modo — discreto, impecavelmente prudente. A seu jeito, procurou atingir objectivos eloquentes de «uma revolução pedagógica»: *reduzir* a distância entre pedagogia universitária e o ensino a pilotos; *introduzir* nos conteúdos escolares conhecimentos comuns a todas as culturas; *sensibilizar* as pessoas para a problemática científica da Expansão ultramarina e, de certa maneira, para a importância do método experimental.

Afigura-se-nos fácil justificar estes propósitos em muitos passos dos seus escritos. Quando ele escreve que «... trazer não somente cousas práticas da arte de navegar, mas ainda pontos de geometria e da teoria...»; ou que «... o claro entendimento e imaginação pode facilmente inventar muitas cousas que os antigos ignoravam»; ou ainda quando assevera que «o cultivo do

espírito com o ornamento das sciencias, cousa ao contrário dos filosofos do nosso tempo, que consideram de somenos o conhecimento a matemática» — que intento insinua, que mira tem em vista Pedro Nunes?

Não será difícil formular as respostas.

O seu *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*, datado de 1564, é um manual didáctico excelente. O texto e respectivo prefácio desta obra são suficientemente eloquentes para deles inferirmos que o Lente não pensava só na Escola elitista; os seus propósitos — ao lembrar-se dos homens do Comércio, da Fazenda, dos Logísticos, e de todos aqueles que desejassem por si aprender a Álgebra sem a ajuda de mestre —, os seus intentos eram amplos, não será ousado afirmá-lo: Nunes pensaria numa *escola em extensão*, ou, diremos com alguma ponta de demagogia, numa *Universidade popular*.

Nessa perspectiva, Nunes adverte o Leitor que as demonstrações (no *Libro de Algebra*) das regras não são muito fundas, que são apenas para satisfazer «... os que duvidarem as regras nam se cõtentando com outras provas, [...] e para perfeição desta obra».

Fixemo-nos agora nesta reflexão de Nunes: «O quam bueno fuera, se os Autores que escriuieron en las sciencias Mathematicas, nos deixaram escriptos los sus inuentos por la mesma via, y com los mismos discursos ã hizieron, hasta que pararam en ellos y no como Aristoteles dize en la Mechanica de los artificies ã nos muestram de la machina que tienen hecha lo de fuera, y escondem el artificio, por parescer admirables. Es la inuencion muy diferente de la tradicion en qualquer arte, ny penseis ã aquellas tantas proposiciones de Euclides, y

de Archimedes, fueron todas halladas por la mesma via que nos las han traído».

Neste trecho, extraído do seu *Libro de Algebra* — obra em que podemos admirar o engenho do matemático imaginativo, a sagacidade do crítico, o vulgarizador dos discursos densos, por ele urdidos com simplicidade — neste trecho permite-se o autor radicar uma opinião muito pessoal: a que distingue duas facetas do espírito multifacetado do matemático português. Nunes bem poderia ter dito o que, mais tarde, no século XVII, foi escrito por Descartes: «As coisas transcendentales podem apresentar-se transcendentemente simples».

Em Nunes é, pois, justo encarar o filósofo particularmente voltado para o valor da ciência, para os fundamentos desta, revelando preocupações no campo da epistemologia, sobretudo quando é inovador. Soube sacrificar, quando e quanto possível, o que era específico da ciência que ministrava, em benefício de tudo quanto pudesse iluminar o acto de ensino, pois que este só será eficiente quando clarificado o acto de aprendizagem.

A pedagogia noniana revela cuidados virados para a integração das diferentes culturas, chegando (ele) mesmo a caracterizar as diferenças entre *Invenção e Tradição*, ou *invenção e ensino-aprendizagem*, ou seja, a exposição ou transmissão da coisa inventada ou descoberta é em si mesma importante; mas essa importância será tanto maior quanto o seu criador explicar a maneira como a descobriu — pensamento de Nunes que foi traduzido em latim pelo matemático inglês John Wallis.

O mesmo poderá ser observado sob outro ângulo. No fundo, Pedro Nunes levantou a problemática da

crítica científica interna e da sua história genética em relação à estruturação da ciência dos Antigos, pressentindo-se-lhe, no substrato, a necessidade de uma disciplina curricular a que poderíamos (hoje) chamar Psicologia da *Invenção*, cujo objecto consistiria na descrição do «acto criativo», na Arte e na Ciência — disciplina que ainda em nossos dias é cheia de mistérios e de conjecturas pessoais, apesar dos esforços dispendidos em seu avor por Pappus, Descartes, Henri Poincaré, Jacques Hadamard, Polya, Wallis, Jean Commenius, Robert Sinson, Francisco Shooten, Jean Piaget e outros mais.

III / DA OBRA

Panorama histórico-cultural

Os estudiosos da Renascença receberam da cultura helénica uma herança rica em múltiplos domínios do saber: — Ciências, Gramática, Moral, Lógica, Psicologia, Teodiceia, Metafísica. Preparada com índole prática e empírica pelos sacerdotes do Egipto e da Caldeia, a Matemática foi talvez a coroa de glória dos intelectuais helénicos, legando-nos uma Aritmética, uma Álgebra, uma Geometria, uma Mecânica, uma Astronomia, que, na sua essência, se podem considerar os fundamentos tangíveis sobre que se construíram as ciências congêneres ao longo dos séculos. No plano teórico, Tales de Mileto, Pitágoras, Platão, Eudóxio de Cnido, Aristóteles, Euclides, Arquimedes, Diofanto, Papo, etc.; e no plano prático, Hiparco, Hierão, Ptolomeu, etc. — são nomes insígnies de uma galeria que a História não esquece e recorda a cada passo.

Na abóbada cultural brilharam três Escolas: Atenas, Alexandria, Bizâncio. A Escola ateniense, levada ao vértice do esplendor com Platão e Aristóteles, extinguiu-se aos poucos, acabando por apagar-se quando, no século VI, o Imperador Justiniano proibiu nela o ensino

da filosofia pagã. Alexandria começou a declinar quando do domínio dos Romanos, acabando por sucumbir sob o poder dos exércitos árabes do Califa Omar, num momento em que a população se encontrava fraccionada por lutas político-religiosas entre cristãos e pagãos. Ficava assim um último reduto da ciência helénica — a Escola de Bizâncio — que a conservou como uma relíquia.

Surgem entretanto os Árabes — traço de união entre o Oriente e o Ocidente — e com eles novas escolas aparecem, escolas onde renasce a ciência dos gregos, mas agora caldeada com valores peculiares do Oriente (próximo e afastado). De facto, os Árabes insemnam essa sua cultura, modificam-na, ampliam-na, no seio da Itália, nas Espanhas, criando Universidades em Granada, Sevilha, Córdova, Toledo, aqui em pacífica coexistência com Judeus e Cristãos. Em Bagdad tinham essas Universidades o seu epicentro cultural.

As ciências entraram assim na Península Ibérica por duas vias: pelo Norte, sob formas rudimentares, trazidas do Oriente, sobretudo pelos sacerdotes cristãos; pelo Sul, com valores notáveis, por mercê dos próprios Árabes, e irradiaram, depois, por toda a Europa, ultrapassando a muralha pirenaica.

Entretanto o vasto império árabe, fundado por Maomet e seus sucessores, cinde-se em dois: o oriental com capital em Bagdad; o ocidental tendo em Córdova a sua cabeça. É assim que as matemáticas começam a brilhar em Espanha. E de tal modo elas floresceram, que a História das Matemáticas em Portugal está intimamente ligada à dos nossos vizinhos espanhóis e em ambos os povos elas ficam enlaçadas à História das Ciências dos Gregos, dos Hindus e dos Árabes. Na

Escola de Córdoba, capital como ficou dito do império ocidental árabe, as ciências subiam a posições de esplendor, graças aos sábios muçulmanos atraídos de vários quadrantes: ali se estuda a Astronomia, a aplicação da Álgebra à Geometria e a Análise Matemática.

É um facto relevante e, por isso, deve ser sublinhado: enquanto a matemática helénica se caracterizava pela sua pureza geométrica, e lá longe, na Índia, surgiam os pioneiros do conceito de número negativo, e, em geral, da Álgebra, a matemática dos Árabes preocupa-se com o enlace da Álgebra à Geometria, até então divorciadas. Digamos mesmo: os Árabes souberam não só desenvolver a *sua cultura* e a *sua ciência* como também conseguiram integrá-las nas que procediam dos Gregos e dos Hindus. Essa «cultura integrada» foi sendo reunida em Toledo, espécie de entreposto na recepção e divulgação da ciência helénico-árabe. Toledo, onde os judeus desempenharam um papel de valor inestimável, foi depois o maior centro medieval na investigação astronómica. Ali, Afonso X, o Rei Sábio e poeta, avô do nosso D. Dinis, teve o talento exemplar e raro e a sageza suficientes para criar e desenvolver um «*Estúdio-Oficina*», onde Cristãos, Judeus e Árabes viviam em coexistência feita tolerância, de paz, irmanados pelo gosto da investigação científica, apesar do antagonismo e da diversidade dos seus credos. Para celebrar essa admirável Escola de Toledo bastaria lembrar as *Tábuas de Afonso X* e os seus *Libros del saber de Astronomia*, trabalhos decisivos no progresso da Ciência matemática, com todas as suas implicações em diversos sectores do saber, nomeadamente na Náutica, e no incentivar da fundação de uma cadeira de Astronomia

na Universidade de Salamanca; e, mais tarde, os seus brilhantes reflexos em Portugal. Fixadas e organizadas que foram as fronteiras geográficas do Reino portugalense, durante a dinastia afonsina, logo D. Dinis se preocupou no incremento da cultura, fazendo brotar uma Universidade em Coimbra, onde apenas era ministrado o ensino das Leis, Humanidades, Direito Canónico, Medicina. Decerto guiado pela intuição do pendor lusitano para o mar-oceano, que caracterizaria os portugueses à escala universal, o Rei fundador da Universidade organiza uma Marinha. Porém, a cultura matemática em Portugal foi relegada para mais tarde nos seus estádios culturais superiores; ficou ela ligada e quase par-e-passo, nas suas origens, à problemática da Náutica, por isso vindo a começar, de modo mais ou menos organizado, com o Infante D. Henrique, o Navegador, na célebre escola de Sagres — Escola que, segundo alguns historiadores, procurou apetrechar-se da cultura que irradiava sobretudo de dois pólos: Toledo e Salamanca. Só no século XVI, com Pedro Nunes, haveria de iniciar-se a fase teórica do estudo da Matemática mas então já com algum sentido pedagógico no enlace da teoria à prática.

Das fontes livrescas de Pedro Nunes

Pedro Nunes nasceu e floresceu em pleno Renascimento, de 1502 a 1578; portanto, numa época em que sobre os domínios denominados «Ciência» e «Arte» era possível, e naturalmente desejável, abarcar vastos panoramas de conjunto e cultivar um pouco de todas as criações do espírito. A densidade das ramagens

das árvores científica e cultural, então criadas, não impedia ainda, como hoje acontece, uma perspectiva dilatada do saber. Daí que as fronteiras das disciplinas curriculares não fossem definidas rigidamente; daí também que as áreas bibliográficas a que nos iremos referir tenham fronteiras flutuantes.

Quando Pedro Nunes veio a este mundo, muitas estrelas, algumas agrupadas em constelações, brilhavam na cúpula do palácio da Ciência: Teodósio escrevera as *Esféricas*, Menelau outras *Esféricas*, mais completas e mais originais que as do primeiro, trabalhos sobre a geometria da Esfera, com figuras desenhadas sobre a superfície esférica, figurando círculos máximos. Aí aparece o celeberrimo *teorema de Menelau*, que relaciona os segmentos de três círculos máximos determinados pela intersecção de um quarto círculo máximo. A Menelau se deve também o *Tratado das Secções Cónicas*, obra que esteve esquecida durante séculos, tendo sido lembrada e revivida no século XVII, com formas novas e actualizadas, primeiramente por Descartes e Pascal e de pois por Kepler. Apolónio escreveu também um *Tratado sobre secções cónicas*. Existiam trabalhos notáveis sobre Geodesia devidos a Eratóstenes, que chegou a medir o arco do meridiano compreendido entre Alexandria e Siena. Platão e Eudócio de Cnido escreveram obras de Matemática pura aplicada à Astronomia, onde architectam hipóteses engenhosas (quase sempre extremistas) sobre o sistema astronómico dos *Orbes homocêntricos*. Por outro lado, Ptolomeu, o grande architecto do *Sistema dos Orbes excêntricos*, edifica a sua *Sintaxe astrológica*, uma espécie de código dos juízos formulados a partir da observação dos astros e dos aspectos do céu, para uso de astrólogos e de médicos.

Da mente do mesmo Ptolomeu saiu uma obra notável que teve uma influência científica e pedagógica enorme nas Escolas ao longo de cerca de catorze séculos — até que o génio de Kepler descobriu as famosas leis dos movimentos planetários.

Tal foi a sua influência que é oportuno dedicar-lhe algumas considerações, ainda que breves: reunindo os conhecimentos e as doutrinas sobre movimentos de astros, herdados de astrónomos antecessores, tais como Hiparco — este o principal fundador da Astronomia científica — a *Sintaxe matemática* de Ptolomeu dá-lhes forma original, utilizando as teorias da Física de Aristóteles; e assim consegue imaginar o seu *Sistema de Orbes*, o qual substitui o *Sistema dos Epíclis* que havia sido criado por Apolónio de Perga, e depois por Hiparco. Este trabalho de Ptolomeu satisfazia de tal modo às observações astronómicas e permitia prever com tão boa aproximação os fenómenos celestes, que foi traduzida em arábico e em latim depois, sob o título de *Almagesto*. De matemática propriamente dita, que matérias contém o *Almagesto*? Trata sobretudo de Trigonometria esférica e plana, na qual a determinação dos ângulos é feita tomando a corda em vez do arco; chega a estabelecer as propriedades das cordas referentes ao teorema de adição do seno, e seus corolários; contém também as regras para construir tabelas das cordas correspondentes a ângulos dados. Depois, os árabes — os grandes construtores da Trigonometria moderna — substituíram a corda pelo seno, e introduziram as tangentes dos ângulos. Baseado no teorema de Menelau, Ptolomeu chega ainda a tratar de alguns problemas de Trigonometria esférica, entre eles duas proposições para a resolução de triângulos

rectângulos e de outras para o caso dos triângulos obliquângulos, partindo quase sempre de dois triângulos rectângulos.

Já na Espanha muçulmana, o cientista árabe Alpetrágio escreve o *Tratado sobre um sistema dos Orbes Homocêntricos com a Terra*, trabalho original, representando o movimento do Sol, da Lua e dos Planetas, que obteve grande sucesso não só nas escolas escolásticas medievais mas também nos intelectuais renascentistas, entre eles o nosso Pedro Nunes que, contudo, não deixou de o criticar no seu *De arte atque ratione navigandi*, em nota histórica sobre o triplo movimento da chamada oitava esfera do sistema ptolomaico.

O *Almagesto* foi comentado, ampliado e actualizado pelo notável matemático árabe Geber (Gabir ibn Aflak), natural de Sevilha. Geber levou longe a sua crítica, original e construtiva. Com efeito, não só descobre demonstrações novas para alguns teoremas do *Almagesto* como também prolonga a doutrina de Ptolomeu sobre a resolução dos triângulos esféricos rectângulos, chegando mesmo a resultados nunca dantes alcançados, como é, por exemplo, o caso da relação entre os dois ângulos agudos e um lado oposto a um deles. Um atributo de Geber que é de sublinhar: serve-se originalmente da Álgebra algorítmica de Diofante, utilizando-a até nos assuntos geométricos.

Azarquiel (ou Al-Zarkali), matemático muçulmano natural de Toledo, século XI, deu à luz um *Tratado de Astronomia*, onde descreve a órbita descrita pelo planeta Mercúrio em torno do Sol, problema análogo àquele que Kepler, muito mais tarde, havia de resolver para o planeta Marte. Azarquiel consegue chegar por via gráfica a uma linha com a forma «próxima» de uma oval

alongada, (cujas definição analítica moderna não é fácil), só não chegando à elipse (segundo diz Ricoy Sinobas, matemático espanhol, crítico da obra do matemático árabe) por não ter baseado o seu estudo na teoria das secções cónicas de Apolónio. Azarquiel atinge a coroa de glória da sua originalidade e celebridade com as investigações que fez sobre o movimento de trepidação dos equinócios. Desde Hiparco e Ptolomeu era aceita a doutrina de que os equinócios sofriam um deslocamento em sentido constante, bem como o movimento de avanço e de retrocesso da autoria do astrónomo árabe Tabit. Azarquiel, porém, inflecte toda essa matéria com uma «pequena» ideia: a da continuidade no sentido do movimento dos equinócios. É tão grande essa «pequena» ideia que a História da ciência dá a Azarquiel o direito de ser um precursor de Bradley na teoria da mutação do eixo da Terra. As famosas *Tábuas astronómicas*, conhecidas por *Tábuas de Toledo*, de que ainda falaremos, são também da autoria de Azarquiel.

Lá longe, em Bagdad, sede do império oriental árabe, os sábios reflectiam; e deles irradiava luz sobre a Península Ibérica e não só: aparecem trabalhos de Astronomia do matemático Albaténio, professor nos séculos IX-X, que continua a obra de Ptolomeu com observações do Céu, com a construção de tabelas e de doutrinas astronómicas e trigonométricas. Albaténio chega a regras originais para resolver qualquer triângulo, nomeadamente o do caso de serem dados dois lados e o ângulo por eles compreendido e se pedir o terceiro; e no caso de serem dados os três lados e se pretender determinar o valor dos três ângulos, sendo este caso homólogo do que foi resolvido por Hierão de

Alexandria para os triângulos planos — proposições que coincidem com as que correspondem às do amado teorema fundamental da Trigonometria esférica. O Observatório Astronómico de Milão, no primeiro quartel do nosso século, deu à estampa uma edição arábica e latina das obras de Albaténio, com o título *Opus astronomicum*.

Nassir-Eddin e Abul-Wafa, também professores em Bagdad, ao primeiro dos quais se ficou devendo o emprego do triângulo polar na resolução dos triângulos esféricos, são autores famosos de trabalhos sobre *Trigonometria esférica* que incluem pela primeira vez o chamado teorema dos quatro senos.

As *Teóricas do Sol e da Lua*, o *Libellus de quadrado astronómico* (impresso em 1516 em Nuremberga), do alemão Jorge Purbáquio; as *Efemérides*, o *Temporal*, o *De Cometa*, do alemão Monterégio (Regiomontano); O *Tratado da Sphaerae* do monge inglês João Sacrobosco — são obras que aqui não podiam esquecer-se, embora elas sejam evocadas em vários passos do contexto deste livro.

D. Raimundo, arcebispo de Toledo, prestou um grande serviço à causa da divulgação da ciência, quando decidiu incumbir João de Luna e a Gerardo de Cremona da tradução para latim das obras mais significativas dos Gregos e dos Árabes, traduções que foram policopiadas e, com o advento da Imprensa, divulgadas.

Voltemos com mais demora às *Tábuas Afonsinas*, aos *Libros del Saber de Astronomia*, ao *Libro de las Partidas*, trabalhos elaborados na Escola-oficina de Toledo sob o impulso e supercoordenação de Afonso X⁶. Compulsemos um pouco aqueles livros. Das obras medievais são as mais importantes para o progresso da

Astronomia, bases fundamentais do desenvolvimento verificado ao longo dos séculos, de que Portugal recebeu reflexos úteis. Com as *Tábuas Afonsinas* e os *Libros del saber de Astronomia* foi possível melhorar as Tábuas elaboradas até então para o conhecimento dos astros na Esfera celeste; neles se estudam e se descrevem minuciosamente os instrumentos astronómicos, não esquecendo mesmo recomendações preciosas aos artífices sobre os preceitos a ter na sua construção e aperfeiçoamento, bem como aos astrónomos. Ali são formulados problemas, célebres alguns e outros novos. Na sua última versão latina, o movimento da linha dos equinócios é considerado como a resultante do movimento de precessão segundo Ptolomeu e do movimento de trepidação de acordo com o ponto de vista de Azarquiel, daí resultando que a oitava esfera na teoria ptolomaica — a Esfera das Estrelas — aparece, nos astrónomos de Toledo, com três movimentos: o diurno, em torno do eixo do Mundo; o movimento à volta do eixo da Eclíptica, causando a trepidação; e o movimento muito lento em torno de uma outra recta que também passa pelo centro da Terra, à roda do qual gira o eixo da Eclíptica, produzindo a precessão dos Equinócios. Por uma questão de coerência científica em relação com a física de Aristóteles, os cientistas escolásticos introduziam naquelas doutrinas — que Kepler e Bradley consideraram as mais perfeitas até então — duas novas esferas mas sem astros.

Pedro Nunes, no seu *De arte atque ratione navigandi*, e também nas suas *Annotationes* às teorias de Purbáquio, ocupou-se de alguns aspectos versados na Tábuas Afonsinas. E aí nos diz que, na Universidade de Alcalá

de Henares, encontrara um manuscrito «onde se podiam ver e para que se pudessem comparar», ao lado das Tábuas de Ptolomeu e das de Albaténio, as Afonsinas, que foram muito utilizadas para vaticínios dos astrólogos, embora o Rei Afonso X não fosse defensor da Astrologia, antes a repelia. A este Rei e poeta admirável é atribuída a feitura do *Libro de las Partidas*, obra especialmente preparada para o ensino dos mareantes que, naquele tempo, caminhavam ao longo dos mares segundo dois modos: afastavam-se pouco da costa e, quando se faziam mais ao largo, fixavam a posição do barco pelo rumo, ou seja, pelo ângulo constante formado pela direcção do movimento do navio com a dos meridianos que iam intersectando, e também pelas distâncias percorridas; ou pelos rumos e latitudes.

Portanto, em qualquer destes dois processos de navegação, o piloto teria de considerar dois números, duas coordenadas, para determinar univocamente a sua posição em relação ao ponto de partida. Ora o segundo destes dois processos (menos prático do que o primeiro) vem considerado no *Libro de las Partidas* com indicações e conselhos bastante minuciosos aos pilotos que, equipados do astrolábio, da bússola e da carta náutica, poderiam governar a sua embarcação no mar-alto, calculando a latitude por meio de observações das alturas meridianas da Estrela polar, alturas que poderiam ser determinadas por meio do quadrante graduado. A este assunto voltaremos, com as originalidades de Pedro Nunes.

O Esmeraldo de situ Orbis é um livro manuscrito da autoria do português Duarte Pacheco Pereira, que

infelizmente só foi divulgado pela imprensa em 1892. O seu autor foi um homem notável: navegador eminente, cientista e filósofo com pendor para a investigação e para o método experimental, diplomata sagaz, nomeadamente no caso do célebre Tratado de Tordesilhas. O *Esmeraldo de situ Orbis* contém ensinamentos preciosos, alguns dos quais desconhecidos até então. Trata dos roteiros das viagens realizadas por Duarte Pacheco Pereira nas costas da Guiné; à Índia; da travessia do Atlântico em missão secreta que lhe fora confiada pelo Rei D. João II, relatando sempre as coordenadas que determinou, os regulamentos náuticos usados, introduzindo uma alteração importante referente à regra para determinar a latitude por meio da observação da altura do Sol ao meio-dia, o que veio transformar o regimento das oito regras conhecidas e usualmente aplicadas. Com efeito, verificando que os navegadores tinham dificuldades em distinguir a posição do barco em relação ao Equador, quer estivesse a Norte quer estivesse a Sul deste círculo, Duarte Pacheco Pereira teve a ideia de organizar um novo Regimento do Astrolábio que permitisse a solução desse problema independentemente da situação do observador em relação ao Equador. Por isso, o seu novo Regimento consagra três (e não oito regras, como era usual) que se podem desdobrar em seis regras, aí considerando separadamente os casos em que o Sol está a Norte ou a Sul da linha equatorial, sendo necessário conhecer os dias dos equinócios. Mais tarde, estas inovações foram introduzidas no *Regimento do Astrolábio*, na edição de Évora, e não na de Munique. O livro, que não esquece o regime das marés, é refrescado com conceitos filosóficos sobre o estudo da Natureza,

conceitos soltos da óptica escolástica e com um pendor que aponta para o método experimental que haveria de ser continuado por D. João de Castro e outros, até amadurecer definitivamente com Galileu e Bacon.

A quem, como nós, procure fazer uma espécie de inventário das fontes livrescas que terão servido a Pedro Nunes, não será curial esquecer os trabalhos de Mestre Filipe, o primeiro professor de astronomia da Universidade de Lisboa, e de José Vizinho, cosmógrafo de João II. Uma referência mais demorada, por razões que veremos adiante, merece o *Livro da Marinharia* de João de Lisboa, espécie de «diário de bordo», notável colecção de escritos elaborados no próprio barco durante as viagens daquele cosmógrafo e marinheiro — obra que só foi divulgada pela imprensa em 1903! Elaborando observações regulares para o estudo da distribuição, na superfície terrestre, das linhas de igual declinação magnética, João de Lisboa chama *meridiano vero* à linha definida pelos lugares de declinação nula; e mostra que esta passa nos Açores (entre Santa Maria e uma ponta da Ilha de S. Miguel) nas Ilhas de Cabo Verde (por cima da Ilha de S. Vicente) entre o Cabo da Boa Esperança e o Cabo Frio, servindo-se para tal de um aparelho rudimentar que se reduzia a uma bússola, em cuja caixa foram abertas fendas verticais situadas na direcção do diâmetro do prato da bússola, fendas que passavam pelo zero da bússola. Quando operava as suas observações, João de Lisboa fazia «enfiar» a Estrela Polar, durante a sua passagem meridiana, pelas duas fendas. Assim marcaria a agulha a declinação procurada. Abaixo do Equador servia-se das estrelas da Constelação do Cruzeiro do Sul. A determinação das latitudes pelas observações da altura meridiana do Sol

mereceu cuidado especial a João de Lisboa, conseguindo introduzir-lhe modificações importantes: mostrou que é possível determinar latitudes por meio do Sol através de duas regras muito simples, para tal utilizando metade do limbo do astrolábio, dividido em 180 partes iguais e dispostas estas de modo que as partes correspondentes à origem e à divisão de 180° ficassem no diâmetro horizontal e na direcção Norte-Sul. O *Libro da Marinbaria* inscreve tábuas de declinação do Sol para quatro anos sucessivos e outras com distâncias do Sol ao Pólo, para os mesmos anos, podendo ser usadas no cálculo das latitudes segundo regras da autoria de João de Lisboa, além de uma longa relação de terras com a indicação do rumo aconselhável a seguir para viajar entre elas, incluindo o regime das marés na foz dos rios.

Francisco Faleiro (judeu natural da Covilhã, e seu irmão Rui Faleiro, acompanharam Fernão de Magalhães quando este se retirou para Espanha) é autor de um livro importante, o *Tratado da Esfera y del arte de marear*, que publicou em Sevilha. Consta de duas partes. Uma delas, baseada no *De Sphaera* de Sacrobosco, é consagrada à descrição da Esfera Celeste; expõe teorias da Física peripatética, os movimentos da Esfera Celeste e algumas páginas dedicadas à Astrologia, descrevendo a influência de Saturno sobre os melancólicos, de Vénus sobre os fleumáticos, etc., etc., inspiradas na *Sintaxe astrológica* de Ptolomeu. A outra parte, sugerida nos Regimentos das navegações portuguesas, dedica-a Francisco Faleiro à divulgação de ensinamentos novos incluídos num conjunto de preceitos práticos para dirigir barcos, descrevendo também um instrumento original para determinar a declinação da agulha magnética, instrumento que é mais perfeito do que o que fora

imaginado por João de Lisboa e que Pedro Nunes aperfeiçoou, como veremos.

Registe-se também o *Reportório dos tempos*, de Valentim Fernandes, livro que é uma tradução para língua portuguesa da obra com o mesmo título escrita em castelhano por André de Ly de Saragoça, tradução aumentada, melhorada e adaptada às circunstâncias das navegações portuguesas. A sua primeira edição data de 1518 e foi depois reeditada dez vezes. Além de regulamentos necessários aos pilotos e instruções úteis para os agricultores sobre épocas e condições de sementeiras, o *Reportório dos tempos* contém ainda achegas para os astrólogos, para o Clero fixar os dias de festas móveis, e também historia as divisões do Tempo.

Frei Nicolau Coelho, um dos substitutos de Pedro Nunes no magistério universitário em Coimbra, deixou um livro intitulado *Cronologia dos Tempos* (editada em Coimbra, em 1554) consagrado ao cálculo da determinação das festas móveis do calendário dos cristãos, além de um cômputo geral dos tempos.

Na vasta bibliografia sobre Astronomia da época muito mais poderíamos registar; limitámo-nos, porém, a citar as fontes livrescas mais significativas ou mais conhecidas. Entretanto, teremos que anotar agora a *Composição Magna* e *Almanach perpetuum celestium motum*, e *Regimento do Astrolábio* do judeu Abraão Zacuto, obras valiosas dedicadas à Cosmografia e às Cartas Náuticas, sendo a última um notável repositório de todos os regulamentos das antigas navegações portuguesas — e a elas nos havemos de referir ainda em momentos oportunos, e com mais vagar.

Situado no panorama cultural da sua época, Pedro Nunes pode ser considerado um investigador, um teórico eminente. Na sua obra, porém, ainda não se detecta aquele sentido moderno de «experiência» que já é um pouco reclamado por contemporâneos seus, como Duarte Pacheco Pereira ou João de Lisboa; e muito menos o carácter experimental com a marca da modernidade que podemos encontrar em D. João de Castro e Garcia da Orta, aquele seu discípulo. É certo. Todavia foi um teórico sem dúvida interessado pela prática — prática da náutica —, chegando mesmo, ele próprio, a lastimar que a sua actividade pessoal fosse desligada das realidades marítimas: «Bem sey... que fale na Índia quem nunca foy nella: e pratique no mar quem nelle nam entrou». Se, por um critério exigente, não o possamos apontar como um paradigma a nova mentalidade que viria a abalar alguns aspectos da ciência herdada, é porém justo anotar que uma certa *praxis* (incompleta, não reversível) esteve sempre subjacente *in mente sua*. Aliás, e como é sabido, é através dos pilotos que ele recebe da «prática» os melhores e maiores incentivos para as suas especulações, dando, em contrapartida, aos pilotos grandes e inovadoras ideias, suficientes para que a História da Ciência lhe conceda um pedestal não inferior ao dos maiores que o antecederam — nas técnicas da Náutica, na Astronomia, na Cosmologia, na Álgebra, na Geometria.

Na verdade, a par de um grande engenho inato, Nunes possuía um equipamento rico, adquirido em boa parte na bibliografia especializada então existente; tinha conhecimentos profundos de Geometria e de

Astronomia herdados dos Helenos, dos Judeus, dos Árabes, ainda de obras dos alemães Purbáquio e Regiomontano, do inglês Sacrobosco, além de outros. Daí que não se circunscrevesse a tratar de cartas náuticas, de tábuas e de regimentos para as navegações — tarefa aliás fundamental no cumprimento da missão dos cosmógrafos do Reino — e tivesse ido mais além: aplicou, explicou, criticou, melhorou e inventou e descobriu. Foi mais além, de facto.

A sua obra em Cosmografia compõe-se de traduções e de escritos originais. É, porém, no *Tratado de algumas dúvidas de navegação*, no *Tratado em defensam da carta de marear* e no *De arte atque ratione navigandi* que Pedro Nunes se ocupa especialmente da ciência e da arte de navegar. Algumas doutrinas expostas neste último escrito são a reprodução das que tinha iniciado nos dois primeiros, mas agora com outra textura científica, com doutrinas novas, algumas das quais estudadas pela primeira vez. Se nos dois primeiros Tratados, acima citados, encontramos o Cosmógrafo, o pedagogo, o didacta em corpo inteiro — claro, preciso, conciso, acessível —, no *De arte atque ratione navigandi* vemos o sábio a divulgar as suas investigações para além das fronteiras do Reino português, a enquadrar-se, e com *jus*, entre os homens cultos de todos os países. Para muitos estudiosos, o *De arte* é não só a sua mais importante obra científica, como também o melhor que sobre ciência e arte de navegar fora escrito até à morte de Nunes. Teria o nosso Cosmógrafo a consciente pressuposição desse valor quando decidiu publicá-la em latim para a sua máxima difusão?

Antes de abriremos os três Tratados acima referidos, digamos que Nunes deixou também a sua marca pessoal nos trabalhos que traduziu e anexou ao seu *Da Sphera*. Aqui deixou Notas críticas cujo valor e oportunidade enriquecem os originais vertidos para língua portuguesa. Entre as notas anexadas ao *Da Sphera de Sacrobosco*, aquela que teve maior repercussão nos meios científicos da época é a que se refere à divisão da Esfera terrestre em *zonas*, a que Sacrobosco chama *climas*: Ptolomeu, no seu *Almagesto* e na sua *Geografia*, considerou a parte da Terra situada entre o Equador e o Círculo Polar Ártico dividida em zonas — climas — segundo o critério seguinte: nos paralelos limítrofes de cada zona (cuja latitude determinou), a diferença de duração do maior dia do ano é de meia hora para os mais próximos do Pólo e de um quarto de hora para os outros. Sacrobosco, porém, simplificou a doutrina ptolomaica registrando apenas sete zonas, abrangentes somente da parte terrestre que no seu tempo se julgava habitável. Verificando ainda que a altura destas zonas diminui quanto mais vizinhas forem do Pólo, Sacrobosco, de modo simplista, adaptou o critério de que a diferença de duração do dia maior do ano era da meia hora.

Pois bem. Nunes, depois de analisar e generalizar a doutrina, deu-lhe forma em termos proporcionais, demonstrando com originalidade que: «a zona compreendida entre dois paralelos terrestres, situados do mesmo lado do Equador, tais que as diferenças das durações de um mesmo dia qualquer nestes paralelos tenha um valor arbitrariamente dado, diminui em largura quando a zona se aproxima do Pólo correspondente da Terra.»⁸ Demonstra ainda uma regra geométrica, uma construção gráfica e um método

mecânico que permite determinar a duração de um dia qualquer do ano para um dado lugar da Terra. Estas originalidades — que Nunes publicou em anexo ao seu *Da Sphera* — foram, mais tarde, vertidas para latim por Elias Vineto, tendo chegado mesmo a ser apenas em algumas edições do *De Sphera* de Sacrobosco, como já foi dito.

A propósito da referida construção gráfica vem dizer-se que o matemático português revelou grande engenho na aplicação dos afamados métodos sintéticos da Geometria dos Gregos: em variados textos da sua vasta obra nós encontramos situações curiosas de Geometria plana através de figuras (desenhadas no plano de um meridiano ou sobre o plano de um paralelo) que ele rebate, normalmente, sobre um desses planos, seguindo um processo de resolução (no fundo, o chamado *rebatimento*) que já havia sido usado por Ptolomeu nos *Analema*. Mas há em Nunes aspectos geométricos originais que, hoje, poderão ser considerados como precursores da Geometria Projectiva ou da Geometria Descritiva, e aos quais faremos referências, quando for caso disso.

Continuamos a folhear as referidas obras de Pedro Nunes: *Tratado sobre certas dúvidas da navegação*, *Tratado em defensão da carta de marear* e o *De Arte atque ratione navigandi* — trabalhos originais especialmente dedicados à Náutica. Façamo-lo agora através de visões globais para, mais à frente, nos fixarmos em questões de âmbito científico mais restrito e especializado. Mas antes de mais, tentemos de modo sucinto caracterizar a evolução da Náutica dos Descobrimentos, fixando aí as balizas principais, até ao século de Pedro Nunes. Três grandes

períodos se podem demarcar: antes da Idade Média, séculos XIII-XIV, séculos XV e XVI.

Antes da Idade Média os navegadores procuravam que o barco trilhasse uma trajectória junto à costa, registando as indicações mais úteis, tais como, nomes de portos, valores de distâncias, etc.⁹. Sempre que se arriscavam a percorrer derrotas mais afastadas da costa, ou em viagens feitas de noite, procuravam guiar-se pelos pontos cardeais geográficos ou pela posição das estrelas mais significativas — prática, aliás, também utilizada pelos viajantes terrestres. Assim chegaram aos chamados *périplos*: registos de bordo acumulados ao longo dos tempos pelos pilotos, traduzidos em termos de descrições de viagens; assim chegaram também aos chamados *portulanos*: textos escritos com informações técnicas úteis dos portos onde ancorassem. Com estes dois elementos (*périplos* e *portulanos*) asseguravam o êxito de retorno ou de novas viagens. Depois, noutra fase mais evoluída, começaram a registar elementos mais precisos: os rumos geográficos, os rumos magnéticos, as latitudes, as longitudes, etc., etc. Presume-se que, na época que se situa entre o século XIII e o século XIV, os marinheiros já deviam conhecer a «agulha de marear», visto que os *périplos* e os *portulanos* dessas épocas registam já o *rumo magnético* e a *distância* (estimada às centenas)¹⁰.

Se ao longo de uma viagem surgissem motivos imprevistos, ilhas, correntes marítimas, ventos, etc., e o navio fosse arrastado para rumos nunca dantes navegados, os pilotos teriam de «medir» o caminho assim percorrido, bem como «determinar» a respectiva correcção necessária a introduzir; esta correcção, conhecida por «toleta de marteloio», era calculada por

meio de traçados elementares de Trigonometria ou de Geometria, desenhos que ainda pouco teriam a ver com planificações da Esfera terrestre. Depois começaram a registar as horas de praia-mar nos dias de lua-nova, deduzidas das horas das marés em determinados dias. Eis aí outro aperfeiçoamento auxiliar da navegação, chamado «estabelecimento do porto».

Na posse de todos estes elementos, recolhidos e registados em tabelas, aos pilotos impunha-se uma metodologia naturalmente sugerida na prática vivida: a de transportá-los para «desenhos». São estas as primeiras «cartas-portulanos», com as quais os navegadores praticaram a náutica que fizeram no Mediterrâneo, que os levou até ao Canal da Mancha e até ao Mar do Norte, e a inflectir, depois, para os caminhos da desconhecida *estrada líquida* das costas atlânticas — dispondo de regras avulsas, feitas *ad hoc*, que foram aperfeiçoando na «prática repetida» das suas viagens, da bússola para leitura de rumos, além da carta-portulano.

Eis aí, *grosso modo*, a herança recebida pelos navegadores portugueses por volta do século XV, quando se lançaram numa aventura bem mais arriscada e aleatória do que a da proeza actual da exploração do espado sideral, prolongando para o Atlântico e para o Índico o modelo das cartas-portulanos mediterrânicas, revolucionando assim a vida da Humanidade, cujo pensamento tradicional foi por isso profundamente alterado. Com esses progressos dos portugueses, as cartas-náuticas receberam impulsos notáveis, passando nelas a ser incluídas escalas de latitude a que correspondiam valores iguais para cada grau em toda a sua extensão representada, e inserindo a mesma graduação no equador. Dessa evolução (gradual)

resultou uma carta onde os meridianos e os paralelos são representados por dois sistemas de rectas paralelas, umas segundo a direcção dos meridianos e outras segundo os paralelos; portanto, as rectas de um sistema eram perpendiculares às do outro. Ou seja, foi introduzida uma rede quadricular (e daí talvez o chamar-se carta *quadrada*) cobrindo a carta, tal como se julga ser o modelo que se atribui a Marino de Tiro (70-130 a. c.) mas de quem, segundo a opinião autorizada do Doutor Luiz Albuquerque, se desconhece o sistema de representação. O certo é que, com os progressos dos Portugueses na Náutica, as cartas passaram a representar duas escalas: uma de latitudes e outra de longitudes; mas elas (as cartas) só continham os meios para suportar uma quadrícula, visto que eram planas, resultando desse facto uma «crise de crescimento» na cartografia, crise que acabou por ser ultrapassada, como veremos adiante.

Utilizando a agulha de marear, que dava *aproximadamente* a direcção do meridiano, os navegadores de Quatrocentos obrigavam o barco a seguir uma trajectória cuja direcção fizesse um ângulo constante (o rumo) com o dito meridiano — trajectória a que então chamavam *linha de rumo* e hoje se designa por *loxodromia*, em honra a Pedro Nunes. Porém, Francisco Faleiro na sua *Arte de marear* havia escrito o preceito de que as linhas de rumo coincidiam com círculos máximos da esfera terrestre, e por esse preceito se guiavam os pilotos. Foi, por exemplo, o caso de Martim Afonso de Sousa — navegador experiente, fundador das primeiras colónias de Portugal no Brasil — que, ao regressar do Rio da Prata para Lisboa, pretendeu deliberadamente tomar o rumo de leste; conservou esse rumo na suposição de que assim, caminhando ao longo de um

círculo máximo perpendicular ao meridiano do lugar de partida, viria, mais ali ou mais acolá, a intersectar o Equador. Foi porém enorme o seu espanto, quando verificou que, em vez de se aproximar do Equador, seguia o paralelo do ponto de saída. Ao chegar a Lisboa colocou as suas dúvidas ao Cosmógrafo Pedro Nunes, que acabou por encontrar-lhe a solução correcta, solução que trazia em si os primeiros vagidos da doutrina da loxodromia. Antes de mais, assinala-se que o erro cometido por Martim Afonso de Sousa repousaria em causas múltiplas, a mais responsável das quais seria esta: a de ter considerado os círculos máximos como coincidentes com as linhas de rumo, sendo o paralelo por si seguido, ao sair do Rio da Prata, uma linha de rumo de 90° . Ora Nunes demonstrou: as únicas linhas de rumo circulares são os meridianos (correspondentes a rumos de 90 graus). Depois, acaba por dar de linha de rumo a definição seguinte: linha curva irregular descrita por um ponto que intersecta os meridianos da esfera terrestre sob um ângulo constante; linha que, geralmente, nem é circular nem representa o caminho mais curto entre dois pontos.

Chegado aqui, lógico e natural seria que Nunes se ocupasse da representação da linha de rumo nas cartas, visto que cartas e linhas de rumo estão estreitamente enlaçadas entre si. E assim fez: chegou a regras e propriedades rigorosas que expressa por meio de desigualdades relativas à variação do comprimento dos arcos da linha de rumo em funda longitude e da latitude tomadas nas extremidades dos arcos. Estudou a forma como deve ser traçada a linha de rumo na carta e o modo de a usar na prática da Náutica, acabando por notar que a loxodromia, não sendo, como se disse, o

caminho mais curto entre dois pontos da superfície terrestre, é uma linha que tem o pólo como ponto assintótico, isto é, aproxima-se dele indefinidamente sem nunca o atingir; ou que é geralmente uma espiral esférica que dá um número infinito de voltas em torno dos pólos ¹¹.

Eis aí um dos chamados problemas célebres que, só ele, seria suficiente para reservar a Pedro Nunes um lugar de honra na História da Ciência da matemática. Afirmar que o matemático português conseguiu tirar a *curva de rumo* do estádio ou do estado empírico em que era tratada na Náutica para a colocar no campo científico da Geometria, não é exagero. E não é porque os cosmógrafos seus antecessores encararam a dita curva apenas como sendo a simples rota descrita pelo navio segundo as indicações da agulha de marear. É certo que já Ptolomeu e outros haviam notado que as linhas de rumo não coincidiam com círculos da esfera terrestre; chegou o próprio Ptolomeu a navegar entre Coruna e Palura na Índia, com o objectivo de calcular a sua menor distância (ou seja, a distância tomada em círculo máximo), descontando ao valor encontrado a sua terça parte para a corrigir do excesso do comprimento do arco da linha de rumo sobre o arco de círculo máximo, cujo comprimento pretendia. Em outra ocasião, Ptolomeu escolheu dois lugares situados na mesma latitude — Áurea Chersoneso e Zabas — com o fim de medir o comprimento do arco do paralelo por elas definido; mas desta feita não fez correcção ao resultado achado, visto que, como bem foi realçado por Pedro Nunes, os paralelos são linhas de rumo.

Depois de Nunes outros se dedicaram ao estudo da loxodromia: Simão Stevin (1548-1620), Snellius (1591-

1626), Halley (1656-1742), mostrando este ser a loxodromia (linha seguida por um navio sempre dirigido com o mesmo rumo, como ele dizia) uma curva de dupla curvatura traçada sobre o esferóide terrestre, cuja projecção estereográfica é uma espiral logarítmica. Pois bem. Procuremos ilustrar em termos matemáticos bastante actualizados um caso de loxodromia para daí fazer ressaltar a originalidade da doutrina que Nunes nos legou há cerca de 450 anos. E para clarificar a exposição comecemos por recordar: os navegadores conduziam o navio de um lugar A para outro B por meio da bússola (já no século XIII?) de modo que a sua rota intersectasse os sucessivos meridianos segundo um ângulo (*rumo*) constante. Se nenhuma causa imprevista (ilha, ventos, etc., etc.) surgisse, bastar-lhes-ia determinar este rumo à partida; a curva assim traçada sobre a *estrada líquida* foi chamada *loxodromia*, e que Nunes designava por *rumbus*. Por um processo atribuído a Mercator — o chamado sistema de projecção de Mercator — os pilotos obtinham esse ângulo. A navegação dita *por estima* consistia então em manter o barco segundo um azimuth dado e manter o barco numa direcção que intersectasse os meridianos segundo aquele ângulo constante, operação executada por manobras do leme e da agulha de marear, esta colocada sempre sob os olhos do timoneiro.

Dois problemas fundamentais se colocavam então ao piloto na planificação de uma rota:

1.º) — Determinar o ângulo de rumo necessário para ir de um lugar A a outro B, conhecendo previamente as coordenadas destes pontos. Seja A (α, β), B (α', β'), onde α e α' representam colatitudes; e β e β' longitudes.

2.º) — conhecido que fosse o comprimento s da loxodromia percorrida a partir de A sob o rumo V (ângulo V), necessário seria determinar as coordenadas dos mesmos nomes, α' e β' do ponto B de chegada.

Os cálculos matemáticos para a solução destes problemas poderão descrever-se como se segue. A equação diferencial que traduz a curva de rumo traçada entre A e B sobre a superfície da esfera terrestre, é:

$$\begin{aligned} \text{a) } ds \cdot \cos V &= d\alpha \\ \text{ou} \\ \text{b) } ds \cdot \sin V &= d\beta \cdot \sin \alpha, \end{aligned}$$

onde o ângulo V é contado, como o são os azimutes, do lado Sul do meridiano para Oeste, e as longitudes para Este. Ora o ângulo V é constante ao longo de todo o percurso (trata-se de uma loxodromia, não esquecer), a integração da equação (a) entre os valores α e α' , conduz à relação:

$$\text{c) } s \cdot \cos V = \alpha' - \alpha$$

Por outro lado, a eliminação de ds entre equações (a) e (b), dá-nos que é

$$d\beta = -\operatorname{tg} V \frac{ds}{\sin \alpha}$$

de cuja integração se deduz:

$$\begin{aligned} \text{d) } \\ \beta' - \beta &= -\operatorname{tg} V \log \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \alpha' \right) - \log \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \alpha \right) \end{aligned}$$

Concretizemos: se, por exemplo, desejássemos o cálculo de s para o percurso do ponto A ($\alpha = 40^{\circ}.37'$; $\beta = 353^{\circ} 10'$) a um ponto B ($\alpha' = 49^{\circ} 7'$ e $\beta' = 283^{\circ} 4'$), fácil nos seria, agora, deduzir da equação (d) o valor do azimuth loxodrómio: $V = 79^{\circ} 58'$, segundo o qual seria necessário viajar; e, em seguida, pelas equações anteriores, concluir que o arco de loxodromia a percorrer de A para B é de 2985 milhas. Porém, este valor — como bem o acentuou Pedro Nunes — não representa o caminho mais curto de A para B: este será dado pelo arco de círculo máximo que passa pelos pontos A e B, como se pode concluir através de ensinamentos de Trigonometria esférica. Com efeito, consideremos o triângulo esférico cujos vértices são: o Pólo norte e os pontos A e B. O conhecimento do azimuth de A, tomando a diferença das longitudes para ângulos no Pólo e o das colatitudes para lados — permite deduzir que a distância mínima entre os lugares A e B é aproximadamente de 160 milhas.

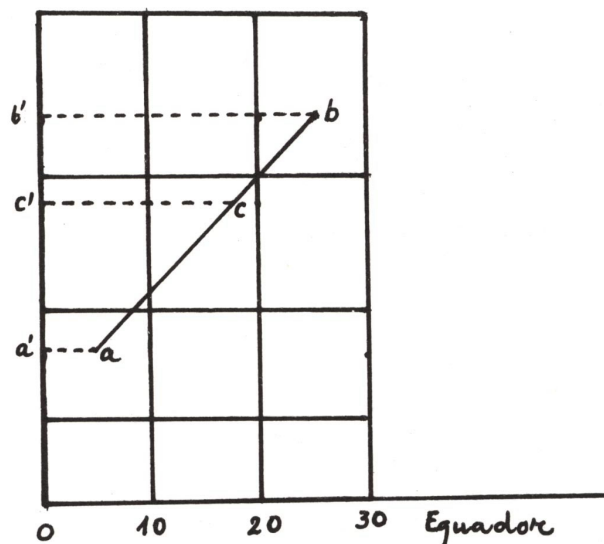


Fig. n.º 2.

Poderia este mesmo problema ser resolvido graficamente, com o auxílio de uma carta adequada (sistema de Mercator), onde os ângulos sejam constantes e os arcos de loxodromia figurados por rectas.

Traçando a recta definida pelos pontos A e B medindo o ângulo V (com transferidor) sob o qual a recta intersecta o meridiano, ter-se-ia a *rota*.

Note-se porém que o verdadeiro valor do comprimento s do arco loxodrômio (representado na figura n.º 2 pelo comprimento «acrescido» ab), seria obtido do modo seguinte: a parte $a' b'$ do meridiano (compreendido entre os paralelos de latitudes α e α') é uma loxodromia aumentada na mesma proporção que

toda a loxodromia $a b$ traçada entre os mesmos paralelos (a carta dá a razão, a escala, do aumento). Na verdade, como os valores α e α' se poderiam ler sobre o meridiano central, então $\alpha' - \alpha$ seria (em graus) o verdadeiro valor do arco $a' b'$. Depois, sobre a graduação do Equador tomar-se-ia um comprimento igual ao arco $\alpha' - \alpha$, que seria transportado de a' para c' , sobre o meridiano de a' . Finalmente, por c' conduzir-se-ia ac' paralelamente a bb' : ac seria o valor do arco loxodrômio representado por ab . Este exemplo deixa ver bem quão importante é a doutrina da loxodromia que, não é de mais repeti-lo, só por si, nos faz render preito de homenagem ao seu grande precursor: Pedro Nunes.

Mas o nosso Cosmógrafo não se ficou por aqui nesta lauda da Ciência. Preconizou ainda outros modos de navegação, a que vamos fazer referência.

Quanto às doutrinas consagradas à *navegação* dita *ortodromia* — isto é, navegação por círculo máximo — chegou a regras originais, determinando a relação que deve ligar a latitude de um lugar com o rumo em cada ponto do círculo (máximo) percorrido; e propõe uma regra prática para chegar ao resultado pretendido por meio da determinação das latitudes. No *Tratado sobre certas dúvidas da navegação* e, depois, mais tarde, no *De arte atque ratione navigandi*, aqui com explicações mais minuciosas e generalizadas, fala-nos ainda do modo de navegar segundo a direcção de um paralelo, chegando, conforme se lhe afigurava, a um processo mais geral de que a navegação por loxodromia seria um caso limite.

Que motivos estariam na base desta inovação de Nunes? Estes: a agulha de marear vai sofrendo pequenos desvios — declinações, inclinações, etc., etc.¹²

— que, em linguagem da técnica marítima, provocariam o que se chama o «nordestear» e «noroestear», variáveis com os lugares do percurso e com as características de montagem da própria bússola; e por isso sabia Nunes que, no mar, o barco não descrevia rigorosamente uma loxodromia perfeita mas sim uma linha formada por uma série de arcos de círculos máximos que, no seu conjunto, formariam uma linha quebrada que se aproximava tanto mais da loxodromia quanto menores fossem aqueles desvios, os quais o timoneiro ia corrigindo embora; desvios esses que o Cosmógrafo-mor considerava todos iguais e no mesmo sentido, supondo ainda que os círculos máximos faziam com os meridianos ângulos iguais nas primeiras e segundas extremidades (embora supusesse os primeiros ângulos diferentes dos ângulos das segundas extremidades). Foram estas considerações que levaram Pedro Nunes a concluir que a curva de rumo (loxodromia) é o limite para que tende aquela quando as diferenças dos referidos ângulos, nas duas extremidades, tendem para zero.

Sendo hoje possível determinar por Trigonometria esférica as coordenadas geográficas das posições (entre dois lugares A e B) que o navio vai ocupando, bem como os comprimentos dos sucessivos arcos de círculo percorridos segundo as condições indicadas por Pedro Nunes, pode dizer-se, e com alguma ponta de malogro de um compatriota, que o modo de navegação proposto pelo Cosmógrafo português, embora elegante e teoricamente exacto, é todavia ineficaz na prática, visto que, seguindo derrota por ele, o navio descreve uma loxodromia aproximada só quando a distância percorrida é pequena. E justo é dizer também que o

severo Simão Stevin (1548-1620) não deveria ter considerado inexacta a doutrina do seu colega Nunes sem ter sublinhado um facto importante: é que Pedro Nunes não tinha ainda conhecimento do equipamento trigonométrico acima referido.

Da evolução dos métodos de marear

Parece que já no século IV a. C. o grego Píteas determinava latitudes, obtidas no mar e em terra, pela altura da Polar; e parece também que no século XIV era prática usual que os pilotos, nomeadamente os das navegações orientais, observassem as *alturas dos astros* nos lugares. Quando os portugueses do século XV sonharam com a descoberta do caminho marítimo para a Índia e por isso iam caminhando ao longo do Atlântico, também determinavam latitudes para «fixar» a posição geográfica dos lugares costeiros mais significativos — mas por processos empíricos que haviam recebido por herança dos pilotos do Mediterrâneo. Porém, a partir de meados do século XV, os marinheiros do Atlântico e do Índico começaram a modificar os processos de navegação rotineiros, criando novas regras náuticas, calculando latitudes, longitudes, declinações, alturas, etc., etc., através da observação dos astros feita no mar. Numa palavra, é a partir da segunda metade do século XV que os pilotos começam a fazer *navegação astronómica*, assim desprezando o chamado método de *rumo-e-estima* que, como ficou dito, se baseava no rumo indicado pela bússola e na avaliação estimada das distâncias percorridas.

Navegar no sentido leste-oeste, mantendo o barco num mesmo paralelo, era um problema relativamente fácil, para o que bastava ao piloto traçar um rumo conveniente que lhe permitisse observar uma dada estrela sob a mesma altura meridiana, para atingir o porto de destino, ou a este regressar. Foi este um processo de náutica muito usado no Índico e durante algum tempo no Atlântico, e que serviu, por exemplo, a Cristóvão Colombo, com *Regimentos* da autoria dos Portugueses. A este processo de navegação chamaram os pilotos o de «iguais-alturas»; e, com ele, conseguiram os marinheiros lusos navegar ao longo do Atlântico, no sentido Norte-Sul, passando o Cabo Bojador pouco depois de 1430 e ultrapassando-o em 1439.

Quando Pedro Nunes nasceu, já compatriotas seus haviam dado novos mundos ao Mundo, Atlântico fora até Terras de Santa Cruz, e pelo Índico até à Índia. Mas nesses longos percursos, de cada vez mais alongados, para regressarem a Lisboa ou a Lagos, os pilotos sentiram a necessidade premente de avaliar distâncias por meio de observações astronómicas. E que fizeram? Aplicaram um novo processo, o de «alturas-distâncias», que entrou em uso por volta da segunda metade do século XV, ou talvez mesmo antes; foi complementado este processo náutico com o de «iguais-alturas», visto que, como é óbvio, se por aquele sabiam ir de um lugar A até ao paralelo de um lugar B, o processo de «iguais-alturas» permitia-lhes manter o barco na derrota de leste-oeste, até A¹³.

Utilizemos a matemática para agora sentirmos melhor esta matéria e mais à frente avaliarmos a contribuição devida a Nunes. O processo náutico de «alturas-distâncias» exigia na sua aplicação o cálculo da

distância, Δ , contada sobre qualquer meridiano, desde o paralelo do lugar B até ao paralelo do ponto de partida A, distância cujo cálculo-raiz fora previsto por Sacrobosco no seu *De Sphaera* e era obtida mediante a fórmula

$$\Delta = |h_A - h_B| \cdot 16 \frac{2}{3} \text{ léguas,}$$

onde $16 \frac{2}{3}$, é o valor em léguas de um grau do meridiano, e h_A e h_B representam as alturas meridianas do Sol ou, em regra, da Estrela Polar, alturas observadas em A e em B com intervalo de tempo inferior a dois dias.

Melhorado à medida que os pilotos foram dispondo de roteiros, de diários-de-bordo, de práticas repetidas, de regras náuticas, o método de navegar por «alturas-distâncias» foi sucessivamente aperfeiçoado à medida que os problemas surgidos e as necessidades espicaçavam a criatividade dos pilotos, tendo a sua evolução conduzido a outro método a que, com Luís de Albuquerque, chamamos de *Regimento do Norte e do Sol*, já bastante divulgado no século XVI e transcrito nos livros de náutica desse século. Tendo começado com quatro regras, passado depois para oito, dezasseis e talvez mesmo trinta e duas regras, aquele Regimento passou por vários aperfeiçoamentos desde a sua versão inicial à definitiva. Deixemos por agora a sua história evolutiva, a organização das tábuas com as alturas meridianas do Sol, o recurso a observações diferentes das que eram habitualmente feitas por meio da Polar, e registemos apenas que no Regimento do Norte encontraram os pilotos ensinamentos para determinar correctamente as

alturas da Polar tomadas em posições muito próximas das suas culminações (inferior e superior) para dessas observações deduzirem a latitude do lugar. Em suma, é o cálculo da coordenada latitude que nos vai interessar, tal a sua indispensabilidade na navegação astronómica, como veremos.

Pedro Nunes e a crise da cartografia

Foi dito que as cartas náuticas planas estavam preparadas apenas para receber uma quadrícula; e por isso a introdução de duas escalas — uma de longitudes e outra de latitudes — fez passar a cartografia por uma crise. Vejamos agora como foi ultrapassada essa crise, já sentida nos princípios do século XVI pelo navegadores portugueses, e qual foi nela o contributo de Pedro Nunes. Digamos desde já que, nessa crise, outras causas é necessário apontar: os efeitos da declinação e da inclinação magnéticas traduziam-se em erros, em defeitos e anomalias na navegação e nos próprios desenhos cartográficos, desenhos que eram elaborados segundo os rumos magnéticos, que não eram corrigidos da declinação. Daí um total de erros somados que, traduzindo-se em deformações geográficas e cartográficas, preocupavam os pilotos e os cosmógrafos. Noutros termos: os responsáveis das navegações procuravam conhecer os valores do «nordestear» e «noroestear» dados pela agulha, e buscavam também uma relação possível existente entre as variações da declinação e da longitude. Com efeito, o cosmógrafo João de Lisboa chegou mesmo a propor uma dessas relações no seu já citado Tratado, mas D. João de

Castro, autor do primeiro estudo experimental sobre o magnetismo terrestre, no seu *Roteiro de Lisboa a Goa*, ao mesmo tempo que dá conta de ter recorrido a processos que lhe haviam sido ensinados pelo seu mestre Pedro Nunes em observações da declinação, verificou que era falsa aquela relação proposta por João de Lisboa.

Os problemas da declinação magnética, as anomalias cartográficas e geográficas detectadas e a maneira de as corrigir foram objecto de reflexão profunda e demorada por parte de cosmógrafos e pilotos. Vejamos uma razão forte dessas anomalias que durante muito tempo esteve escondida dos cosmógrafos ¹⁴. Seja o caso de um navegador que parte de um lugar A e navega de Norte para Sul pela agulha magnética com rumo cuja declinação seja, por exemplo, de 45 graus. Após um percurso de 70 léguas ele julgará estar num ponto B a cerca de 4 graus de latitude em relação ao paralelo de A (visto que $16 \frac{2}{3} \times 4^\circ \approx 70$ léguas), quando, na realidade, se encontra situado num outro ponto B' de 3 graus de latitude. (Fig. n.º 3.)

Por outro lado ainda, e não será demais repeti-lo, o chamado gráfico de latitudes e rumos — isto é, a *carta náutica* ou *carta hidrográfica* ¹⁵ — revelara-se insuficiente; satisfazia as necessidades só aproximadamente e, além disso, resultava uma carta confusa com a sobreposição das escalas de latitudes e longitudes. Pedro Nunes denunciou todos esses defeitos, insuficiências, erros e anomalias; criticou as cartas existentes na época, onde o defeito mais relevante seria a excessiva deformação das superfícies terrestres nelas desenhadas, visto que, como disse Nunes, as cartas representavam a superfície da terra como se esta fosse uma superfície cilíndrica e, por

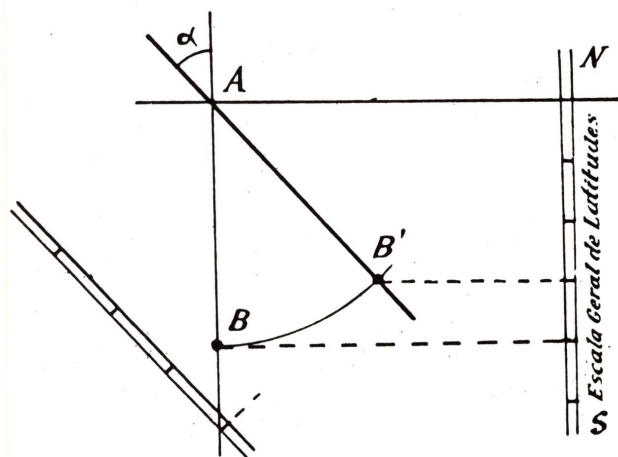


Fig. n.º 3

[Reproduzida de *Ciência e experiência nos Descobrimentos portugueses*, do Prof. Luís de Albuquerque, Biblioteca Breve].

isso, aparecem os paralelos todos iguais entre si, e as curvas de rumo, exceptuando os meridianos e os paralelos, deformadas e não rectas. É no *Tratado em defensam da carta de marear* que Nunes trata das condições a que devem satisfazer as cartas geográficas mais adequadas à arte de marear. Passamos a citá-lo: «As nossas cartas são muito diferentes das que usaram os antigos porque repartimos as agulhas que, em todo o lugar, nos representam o horizonte em trinta e duas partes iguais e podemos governar a uma parte destas quanto espaço queremos, sem embaraço que no processo do caminho mudem os horizontes e alturas. E assi como o caminho que fazemos, faz com os nossos meridianos igual ângulo ao com que partimos: assi mesmo na carta que representa o universo faz sempre a mesma rota com os meridianos ângulos iguais; pelos ditos meridianos serem linhas direitas equidistantes, que a terceira linha que é aquela a por que se faz o caminho, causam de dentro e de fora ângulos iguais. E esta é a razão porque foi necessário serem os rumos de norte-sul e quaisquer outros do mesmo, linhas direitas equidistantes.»

Como se vê, o cosmógrafo português procura dar uma definição da carta por si preconizada; de modo singelo e esquemático tentemos reproduzir o seu pensamento: carta em que as loxodromias são representadas por linhas rectas; conserva a grandeza dos ângulos, estreitando assim a doutrina das linhas de rumo e carta. Nunes trata depois das condições a satisfazer para que as cartas possam ser instrumentos científicos aplicáveis à determinação do rumo para o barco seguir de um lugar A para outro B, condições que assim se resumem:

a) Representar as linhas de rumo por rectas; unir A com B; ler o ângulo (que é constante) que a linha de rumo faz com os meridianos;

b) Conservar os ângulos que as linhas de rumo fazem com os meridianos. Resultava assim que os paralelos e meridianos — que são linhas de rumo — eram representados por dois sistemas de rectas paralelas, sendo as dos meridianos perpendiculares às dos paralelos;

c) Nunes (como o fizera já Marino de Tiro e Ptolomeu) recomenda a substituição da carta geral da Terra por uma série de cartas parcelares, por zonas, cuja altura seria maior ou menor consoante o grau de aproximação desejado, tomando em cada zona o seu paralelo mediano; tudo isto com o objectivo de evitar a deformação excessiva da superfície terrestre, a qual, como foi dito, era representada pelos cientistas da Antiguidade como sendo uma superfície cilíndrica. As cartas parciais eram reunidas num livro (mais adiante, um texto de Nunes confirmará).

Diga-se, de passagem, que estas ideias do nosso cosmógrafo não consideravam as ligações entre os diversos lugares das diferentes zonas, inconveniente que foi depois notado e corrigido pelo cartógrafo flamengo Gerardo Mercator (1512-1594) na sua famosa *carta plana rectangular reduzida*. Francisco Gomes Teixeira, Diogo Pacheco de Amorim e outros admitem que Mercator deve ter chegado ao seu Planisfério passando do Atlas de Pedro Nunes para uma só carta. Aliás, é mesmo Nunes que parece sugerir essa «translação» quando, no seu *Tratado em defensam da carta de marear*, nos diz: «Mas melhor seria para escusar todos estes trabalhos, que fizéssemos a carta de muitos quarteirões, de bom

compasso grande, nos quais guardaremos a proporção do meridiano ao paralelo do meio, como faz Ptolomeu nas táboas das Províncias».

Afigura-se, pois, a muitos estudiosos não haver dúvidas para afirmar que as doutrinas originais de Pedro Nunes sobre a loxodromia, não só na sua forma e traçado na Esfera como também na sua ligação na Náutica e na variação do comprimento dos arcos com a variação das coordenadas dos extremos desses arcos, que todas essas ideias da autoria do cosmógrafo português foram depois aperfeiçoadas e completadas por Mercator, cuja *carta rectangular reduzida*, que tem hoje o seu nome, resolveu o problema da cartografia náutica em termos quase actuais, quase definitivos. Para dar mais força a esta opinião, é oportuno lembrar que, depois de Nunes e Mercator, foram Gregory, Leibniz, João Bernoulli que deduziram todas as propriedades características da loxodromia moderna, mas então já equipados com o ferramental precioso da análise matemática. Gomes Teixeira — repita-se —, seguindo a mesma linha científica, reconhece que se deve a Pedro Nunes o primeiro emprego do sistema da representação planimétrica da superfície da Esfera o que, ainda segundo Gomes Teixeira, é hoje atribuído a Sanson e conhecido pela designação de *Carta de Flamesteed*.

E a verdade é que, embora a velha carta acrescentada com os aperfeiçoamentos sugeridos pelo cosmógrafo português (representação de rumos referidos a várias origens) só cumprisse *aproximadamente* as condições previstas por Nunes quando ela (a carta) representa uma zona de altura pequena, de um lado e do outro do Equador, ou se o desenho cartográfico se estende para além dos limites em que a aproximação é útil, apesar

disso tudo, a carta de Nunes prestou grandes serviços às navegações do século XVI, e continua ainda a servir como um registo razoável de rumos e latitudes referentes a caminhos percorridos pelos pilotos de modo directo.

Malhar mais nas limitações do sistema cartográfico proposto por Pedro Nunes sem ouvir a sua própria opinião, não seria elegante. Oijamos pois um pouco da sua auto-crítica: «Nem se pode fazer de linhas curvas nenhum planisfério que tanto conforme seja ao nosso modo de navegar como é esta carta». Noutro passo Nunes afirma também que uma carta náutica que satisfaça as condições por si concebidas como óptimas não podiam conservar as proporcionalidades das distâncias e que, fora das vizinhanças do Equador, deformaria muito a imagem das regiões terrestres representadas. Com efeito, transcrevam-se alguns dos pareceres do nosso sábio: «A qual (carta) posto que faça os paralelos iguais à equinocial e os polos que são pontos, linhas direitas, disto não se segue mais se não que a carta não é planisfério que nos faça, quanto à vista, aquela imagem e semelhança do mundo que fazem as de Ptolomeu e outras que ahi ha». E noutro passo acrescenta «que revela (a carta) a quem navega, para saber o que andou, ou onde está, que uma ilha ou terra firme esteja pintada na carta mais larga do que é, se os graus forem tantos quantos hão de ser de leste e oeste, porque a mim que faço a conta me fica resguardado saber que estes graus são na verdade menores do que a carta por ser quadrada mostra; e ver quanto menos légoas contém; e isto por taboas de numeros ou instrumentos, como o quadrante que para isto costume fazer; de sorte que quero concluir: que mais proveito

temos da carta por serem os rumos linhas direitas equidistantes: que prejuízo porque sendo assim fique quadrada: e quem por isto a repreenda não sabe o que diz».

Que Nunes foi o primeiro a criar a carta náutica por linhas de rumo, que tratou com cuidado e demora e com o maior rigor possível para o nível científico da época; que não deixou, ele próprio, de sentir que as *suas* cartas *ainda* não eram as melhores possíveis e revelavam deficiências, embora fossem já muito diferentes das cartas antigas, mas para melhor; e que, mesmo assim, a cartografia de Nunes prestou grandes serviços nas navegações — ninguém hoje o poderá pôr em dúvida.

Pedro Nunes ainda pensou corrigir as cartas que habitualmente eram usadas no Mediterrâneo, mas parece que não se demorou muito nesse projecto. Ele mesmo explica porquê: naquele mar as navegações eram costeiras e, por isso, os pilotos facilmente podiam corrigir os seus «pontos». E, como ele dizia, «se alguma hora se enganam, não podem nisso durar muito», visto que os mareantes usavam marcar os «pontos» por rotas-e-estima em vez de utilizarem o recurso aos astrolábios e demais instrumentos náuticos. Todavia, ainda detectou certos erros na cartografia mediterrânica, onde certos pontos haviam ficado «fora das suas alturas». Era o caso de Roma, que aparecia no paralelo 46.º quando a sua latitude é de 41,5º; Rhodes, localizada nos 42º sendo, de facto, de 36º; etc., etc. — factos cuja causa estava na introdução de escalas de latitudes nas cartas até então usadas.

Houve, entretanto, quem se lembrasse de propalar serem os navegadores portugueses uns empiristas movidos por desejos de simples aventureiros. Nunes

não perdeu a oportunidade para lhes desferir a sua valente estocada, dizendo que «... não íam a acertar, mas partiam os nossos mareantes mui ensinados e providos de instrumentos e regras de Astrologia e Geometria, que são as causas que os cosmógrafos hão-de andar apercebidos, segundo diz Ptolomeu no seu 1.º livro de Geografia.» Esta marca do seu carácter, rijo, justo e austero, poderia ser ilustrada através de diversos passos dos seus escritos. Por exemplo, para afirmar que a arte e a ciência de marear dos Portugueses era pensada e planificada, cita (no *Tratado em defensam da carta de marear*) o caso de as cartas náuticas portuguesas darem para valor da diferença de longitude entre os meridianos das Canárias e do cabo Gardafui (ao tempo era designado por Aromata) o mesmo valor (de 83 graus) a que Ptolomeu havia chegado por medições terrestres; e acrescenta depois que «os portugueses não foram àquele cabo por terra, mas por mar, navegando com tamanhos rodeios como se fazem em tão comprido caminho como é o da Índia, e passando tantos tormentos e diversidades dos tempos, que ora lançam para uma parte, ora para a outra, ora havendo vista da terra e muitas vezes não a vendo e lançadas tanto ao mar como convém para passar o cabo da Boa Esperança e poderem tornar a cobrar o norte»... «as navegações de Portugal são as mais certas e melhor fundadas do que nenhuma outras».

Pedro Nunes, precursor da navegação astronómica

Consideremos ainda o contributo de Pedro Nunes para a determinação da latitude pela Polar e pelo Sol.

Ficou dito que o cálculo de latitudes, longitudes, declinações, e de outras coordenadas, entrando nos hábitos dos pilotos a partir de certa altura, aumentou a probabilidade de êxito no prosseguimento da navegação, a qual, por isso, se passou a designar por «navegação astronómica». Tudo quanto pudesse interessar o prosseguimento eficiente de novas viagens — acidentes costeiros, pesquisas etnográficas e de riquezas, o ouro acima de tudo, produtos de economia, etc.¹⁶ — era registado pelos portugueses em relatórios de circunstância ou, regularmente, nos diários-de-bordo. Estudavam também a «linguagem» colossal dos mares «nunca dantes navegados», que iam sulcando em navios de velas. O regime dos ventos, das marés e das correntes da faixa atlântica, sobretudo de Lisboa à Guiné, mereceu aos nossos mareantes especial atenção. Sobre as águas do Atlântico, junto à costa, quando as jornadas se faziam para Sul, verificaram os mareantes que ventos e correntes eram «anjos», que para «baixo» todos ajudavam, bastando-lhes então muitas vezes praticar a técnica de marinharia chamada de *náutica de rumo e estima*, técnica, aliás, que se revelou deficiente logo que os navegadores foram algumas léguas para Sul do Cabo Bojador, como bem o evidenciou o almirante Gago Coutinho. Mas os intrépidos marinheiros tinham que voltar nas viagens de sentido inverso, Sul-Norte, no regresso ao santo lar, *hoc opus, hic labor erat!*

Ventos e correntes foram dois factores difíceis de vencer, mas altamente decisivos na alteração das técnicas de navegação, como se vai ver. Perante as rajadas furiosas de Eolo e as titânicas correntes, procuravam os pilotos contorná-las para fazerem a viagem Sul-Norte de torna-viagem, com destino a Lagos

ou Lisboa, obrigando o barco a engolfar-se pelo mar largo, descrevendo rotas em arco, em regiões temerosas da *líquida estrada*, sem terra à vista por mais alto que subisse o gageiro no mastro real, por períodos de tempos longos, e quantos dias ao «deus-dará». Eis aí a manobra que ficou conhecida por «navegação ao largo» ou «volta pelo largo» ou «volta do sargaço», cujo pioneiro se julga ter sido Diogo de Silves, primeiro herói de um feito cheio de tremendos riscos, no regresso fazendo escala pelos Açores; e tal que Pedro Nunes, impressionado, não deixou de o sublinhar ao contrastar a «volta pelo largo» (século XV) com as «passeatas» das navegações no Mediterrâneo, onde os pilotos não recorriam a instrumentos náuticos (quadrantes, astrolábios, etc.) «por não caberem nisso grandes erros, por os mais dias haverem visto a terra e saberem onde estão» — assim disse.

Notemos bem: a manobra referida levou os pilotos, nas viagens de regresso, a fazerem escala habitual pelos Açores, onde o regime dos ventos já lhes permitia com mais facilidade planificarem a navegação para Leste e seguir ao longo da direcção de um paralelo, até Portugal. Mas nem tudo assim ficou resolvido; as dificuldades sucediam-se em cadeia, umas após outras. Quer dizer, se a «volta pelo largo» resolveu uma grande dificuldade, logo outras se lhes colocaram: a premente necessidade de marcar nas cartas-náuticas, e em mar alto, as posições sucessivas do barco, dia-a-dia e com assiduidade. Teriam os pilotos de saber navegar em rumos, novos para si, do quadrante de Noroeste para atingirem as regiões propícias e, depois, inflectir no sentido Leste-Oeste até Portugal. Numa palavra, a «volta pelo largo» exigia, e parece que de facto foi essa a origem, o cálculo

científico da *latitude* e da *longitude*. Cosmógrafos e pilotos aí chegaram, e por duas vias: por observações da Polar e do Sol.

Como ficou dito, já Sacrobosco no seu *De Sphaerae* ensinava a regra matemática para medir a extensão linear correspondente a um grau de meridiano terrestre: 1 grau equivale a cerca de 700 estádios (1 estádio é aproximadamente $16,2/3$ léguas). Daí foi deduzido que seria de $n \times 16,2/3$ léguas a distância entre dois lugares A e B em que a Polar fosse observada com n graus de diferença de altura, distância medida sobre o meridiano de A e B e entre os seus paralelos. Assim começava uma certa prática de navegação que, dependente de cálculos astronómicos, era, se tanto se pode dizer, um passo decisivo para a estruturação de uma *navegação astronómica*, que Pedro Nunes criticou e aperfeçoou propondo que as observações da Polar fossem efectuadas nas suas passagens meridianas, no mesmo lugar do seu círculo aparente, utilizando o calculador o instrumento *quadrante* em vez do astrolábio ¹⁷. Esta técnica náutica ficou conhecida por *comparação das alturas*, que os portugueses foram aperfeçoando a partir dos meados do século XV, até que foi definitivamente substituída por observações solares, estas mais expeditas do que as estelares. A comparação das alturas, depois de passar por quatro fases, instruía os pilotos mais ou menos como se segue: «observar as alturas da Polar em oito posições no seu círculo aparente diurno, tais que correspondam aproximadamente aos rumos principais e intermédios da rosa-dos-ventos; representar os oito valores assim determinados em gráficos com a forma de «rodas» com oito raios, cada qual correspondente a um dos oito rumos; escrever em cada raio a respectiva altura da Polar

quando as estrelas Guardas da constelação atingissem o respectivo rumo». E assim somos chegados, digamos, ao miolo do chamado *Regimento da Estrada do Norte* cujas regras vinham registadas no Regimento do Astrolábio, já referido neste livro. Chegaram depois os pilotos e os cosmógrafos à conclusão de que cada uma das oito alturas da Polar (tomadas quando a linha dianteira das Guardas da Ursa chegassem a um dos oito rumos, principais e intermédios) deveria ser adicionada algebricamente de um valor de correcção, assim alcançando um *Regimento com oito regras* e com gráficos correspondentes às «oito rodas» da Polar em Lisboa — Regimento que chegou a inserir dezasseis ou talvez mesmo trinta e duas regras náuticas, depois de ter sido sucessivamente melhorado, sobretudo a versão publicada no Guia de Évora. O caso a seguir transcrito, descoberto pelos pilotos, esclarece duplamente, porque ilustra o que vem de se expor e porque esteve na origem dos referidos aperfeiçoamentos regimentais. Verificaram os pilotos que se adicionassem + 3 graus à culminação inferior e – 3 graus à culminação superior da Polar, observadas em Lisboa, obtinham a latitude da capital portuguesa, quando as estrelas das Guardas da Ursa se encontrassem «em cabeça da estrela Polar»; se a linha dessas mesmas estrelas ficasse segundo a direcção leste-oeste, então a altura da polar era igual ao valor da latitude de Lisboa (39° N).

Pois bem. No seu *tratado em defensam da carta de marear*, mas sobretudo na edição de Basileia (1566) do seu livro *Petrii Nonii Salaciensis Opera*, Nunes deixou-nos uma análise cuidada do «Regimento com oito regras», considerando que eram erradamente generalizadas as ditas correcções regimentais, pois que — como ele diz —

havia sido pensadas para o caso de um «horizonte particular (referia-se ao horizonte ou latitude de Lisboa), por algum matemático pouco perito». A crítica de Nunes indica duas causas fundamentais de erro, que fomos buscar aos *Estudos de História* do Prof. Luís de Albuquerque:

1.º) As correcções deveriam ter sido fixadas em função da latitude do local de observação. Mas, diz Nunes, os navegadores devem ter sido obrigados a aceitar «certos cânones que possivelmente haviam recebido de algum matemático imperito, segundo os quais obtém de quanto a altura da estrela, em qualquer dos seus lugares, é maior ou menor do que a elevação do pólo boreal»;

2.º) O rumo feito da α Ursae minoris com a guarda dianteira não era coincidente com o rumo definido pela primeira estrela e pelo pólo Norte da Esfera Celeste.

É em torno destes aspectos que progride toda a crítica minuciosa de Pero Nunes. Recomenda aos pilotos a renúncia à aplicação das regras referentes a observações extra-meridianas e, em seu lugar, aconselha o cumprimento das normas que ele, Cosmógrafo-mor, havia simplificado, visto que chegara à conclusão (que demonstra matematicamente, como se verá) de que as constantes regimentais de correcção dependem da latitude do lugar de observação da Polar quando esta estrela está fora do meridiano desse lugar; e, em consequência, altera outros dispositivos náuticos, um dos quais referente ao modo de graduar o limbo do astrolábio. Nunes toma o ponto mais alto do limbo para origem da graduação e coloca a nonagésima divisão no

braço horizontal do astrolábio, conseguindo, com este simples jeito, medir directamente distâncias zenitais em vez de alturas e corrigir as regras do Regimento, para deduzir os valores das latitudes.

Mais. O nosso cosmógrafo descobre factos científicos novos, que as doutrinas actuais ainda hoje confirmam, com eles evitando a repetição de erros graves de navegação em que os pilotos caíram muitas vezes porque, segundo afirma, «a estrela fora do meridiano não está mais abaixo ou mais acima com a mesma diferença em todos os horizontes» (queria dizer: em todas as latitudes). É então que por via geométrica demonstra matematicamente que a variação das constantes regimentais, acima referidas, é função da latitude, demonstração que representa um facto científico tão notável que, só por si isoladamente, ilustra bem o alcance do sábio português — e tanto maior quanto mais o admirarmos à distância quase de cinco séculos. Vejamos essa demonstração ¹⁸ de Nunes. Sejam: α a estrela Polar, d a posição do Pólo, g e f os zénites relativos a dois lugares distintos do mesmo meridiano $d g f$, lugares de latitudes respectivamente iguais a φ e φ_1 sendo h e h_1 as alturas da Polar, respectivamente, nos lugares de zénites g e f .

O Cosmógrafo português pôde concluir que é

$$\varphi = h - a \text{ e } \varphi_1 = h_1 - a_1,$$

onde a e a_1 , representam medidas de arco do referido meridiano $d g f$, sendo $a < a_1$, o que significa que o valor correctivo cresce com a latitude. Ainda hoje a igualdade

$$\varphi = h \pm \eta$$

é utilizada para determinar a latitude φ de um lugar em função da altura h da Polar, onde o parâmetro η é dado pela fórmula

$$\eta = -p \cos t + \frac{p^2}{2} \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen}^2 t,$$

designando p a distância polar da estrela e t o ângulo horário da vertical ocupado no momento da observação.

Já na parte final do século XVI foi elaborado um Regimento onde os cosmógrafos ensinavam as normas a seguir para observarem directamente as alturas meridianas das estrelas mais brilhantes, reunidas em tabelas e referenciadas pelas suas grandezas, declinações, ascensões rectas, etc., para a elas recorrerem os navegadores no caso de «ir mal governados» quando deixassem de visualizar a Polar, no Hemisfério-Sul, onde utilizavam as da constelação do Cruzeiro; mas Pedro Nunes não se refere a esse Regimento, talvez porque achasse que «... paucas admodum stellas cognitās habent», como diz no seu *Arte atque ratione navigandi*.

O cálculo da latitude pelo Sol

Os cosmógrafos e pilotos deram mais um passo significativo no sentido da navegação astronómica quando pensaram num processo novo de cálculo da latitude por meio de observações de alturas meridianas do sol, baseando-se também na já referida técnica de

«comparação de alturas». Isso exigiria, no dia da observação, o conhecimento da declinação solar, coordenada variável de dia para dia, visto que o Sol é uma estrela que percorre aparentemente uma trajectória — chamada Eclíptica — oblíqua em relação ao Equador, cuja linha equinocial, como bem o admitia Pedro Nunes, tem dois movimentos: o de precessão (previsto por Ptolomeu) e o de trepidação (descoberto por Azarquiel). Estas dificuldades devem ter incentivado a ideia de registar em tábuas — «efemérides» — os valores da declinação do Sol, para evitar delongas nas medições durante as viagens. No caso português, foi decidido calcular, para Lisboa e para a Madeira, as chamadas «pautas do Sol», ou seja, as alturas meridianas do Sol para todos os dias de um ano; depois, no mar, em determinado dia, os pilotos comparavam a altura registada naquela «pauta» com a altura meridiana do sol e com a respectiva declinação.

Pedro Nunes analisou toda a doutrina envolvente deste processo, pelo qual os pilotos conseguiram determinar, além da latitude, a distância, medida sobre o meridiano, entre os paralelos de dois lugares — e aceitou-a; mas acabou por aconselhar os pilotos a efectuarem a observação do Sol em duas alturas meridianas, sendo o cálculo da latitude feito por via geométrica (gráfica) sobre uma poma com o auxílio de compassos de pontas curvas. Eis aí o chamado *Regimento da altura pelo Sol* que passou por quatro fases fundamentais e que Nunes acabou por baptizar de *Regimento da altura do Sol ao meio-dia*, depois por «Regimento da altura do pólo ao meio-dia» e, na segunda metade do século XVI, simplesmente por «conta nova» — Regimento cujas ideias iniciais já

vinham de longe, talvez de antes do século XV, mas transmitidas através de documentos avulsos feitos por astrólogos árabes e judeus.

Procuraremos agora sublinhar o contributo dado por Pedro Nunes no aperfeiçoamento do regimento da altura do Sol. Façamo-lo através de visões históricas, em retrospectivas, de mistura com relances em perspectiva. Ora como foi dito, os pilotos, para aplicar o referido *Regimento do pólo ao meio dia*, tinham de conhecer um dado indispensável na navegação: a declinação solar. É hoje sabido que a declinação solar (δ), a longitude solar (λ) e a obliquidade da Eclíptica (ϵ), se relacionam mediante a igualdade seguinte:

$$\text{sen } \lambda = \text{sen } \delta \cdot \text{sen } \epsilon,$$

equivalente na prática náutica, a

$$\delta = \text{arc sen } (\text{sen } \epsilon \cdot \text{sen } \lambda),$$

quando considerarmos o valor de ϵ muito pequeno. Ora, na primeira fase do regimento, o cálculo da «latitude de uma região ou altura do pólo» era ensinada por Massahala segundo três regras, cuja aplicação se relacionava com a posição do Sol na linha equinocial, no hemisfério norte ou no hemisfério sul, às quais (regras) correspondiam, respectivamente, as igualdades: $\varphi = 90^\circ - h$, $\varphi = 90^\circ - (h - \delta)$ e $\varphi = 90^\circ - (h + \delta)$, onde φ nomeia a latitude do lugar, δ a declinação do Sol e h a sua altura meridiana.

Na segunda fase de aperfeiçoamento do Regimento, já os navegadores adoptavam quatro regras traduzíveis matematicamente pelas quatro igualdades

(a) : $\varphi = 90^\circ - h$;

(b) : $\varphi = \delta$;

(c) : $\varphi = 90^\circ - h \pm \delta$;

(d) : $\varphi = h + \delta - 90^\circ$,

as quais são respectivamente correspondentes aos casos seguintes: (a) Sol no Equador, portanto, $\delta = 0^\circ$; (b) Sol em culminação no zénite do observador, logo, $h = 90^\circ$; (c) caso da sombra solar se projectar segundo a linha norte-sul, com sinal + se o observador se localizasse no hemisfério norte e o sinal – no hemisfério sul; (d) se essa sombra se orientasse para o lado oposto àquele que era ocupado pelo observador.

Era este o nível dos ensinamentos que os portugueses do século XV receberam por herança, nomeada e principalmente legada pela ciência oriunda da Escola de Toledo, através dos *Libros del saber de Astronomia*, de Afonso X, o Sábio, o poeta, avô do nosso Rei D. Dinis. Por analogias, tenteios, aperfeiçoamentos ou simplificações, foram os nossos pilotos aplicando aqueles ensinamentos ao longo das suas viagens para sul do Equador. Entre essas simplificações há uma que é devida a Pedro Nunes, publicada em 1537 no seu *Tratado em defensam da carta de marear*. Primeiramente substituiu o recurso à distância zenital do Sol — a que Nunes chamava «distância que há de nós ao Sol» — pelo da altura, para o que alterou convenientemente os dispositivos de leitura no astrolábio; depois aconselha o uso das distâncias polares do Sol em vez do recurso às

declinações, alteração esta que implicou também uma nova adaptação do astrolábio.

É oportuno assinalar que o cosmógrafo português se empenhou com tal engenho nas simplificações do astrolábio tradicional, tendo em vista a sua melhor utilização na Náutica, que chegou a uma versão tão simplificada do *Regimento da distância polar do Sol* (complemento da altura) e tão simples que do seu uso resultava necessária apenas uma regra — regra esta que possibilitava o cálculo da latitude por uma subtração de dois números: um dado por consulta das tábuas para todos os dias de um ano; o outro número medido com um instrumento de alturas que permitia obter uma latitude norte ou sul, consoante a distância polar fosse, respectivamente, inferior ou superior ao ângulo medido¹⁸. Mas a simplificação do Regimento não podia confinar-se apenas àquelas simplificações introduzidas no astrolábio, como é óbvio; a cartografia e as tábuas solares exigiam, elas também, adaptações novas. Deixemos as cartas náuticas para depois. De facto, Pedro Nunes, fez mais. Como foi dito, preferiu adoptar para a obliquidade da Eclíptica o valor de 23° 30' em vez dos 23° 33' adoptados de longa data, inclusive por Salomão Zacuto. Com razões devidamente fundamentadas, acabou por decidir cientificamente que os 3' eram «sobejos» além dos 30', ou «porque posto que a deferença seja pouca: o sobejo (3') não serve nada», e que «ter respeito a deferença dos meridianos ... era cousa escusada: salvo se a deferença for mais que seys oras ... porque mais se erra no tomar do sol no astrolábio»¹⁹.

Por outro lado, Nunes construiu tábuas novas para o período de 1537-1540 sobre valores de declinações que

determinou — tábuas onde se liam distâncias polares do Sol para todos os dias de um ano, em vez de declinações, estas fornecidas pelas tábuas correntemente usadas na época. Foi ainda mais longe o contributo do cosmógrafo português, com aditamentos e ideias originais que revelam não só o quilate do cientista mas também a face do didacta: procurou tornar acessível a pilotos e a outros interessados a elaboração de tabelas com os lugares do Sol para todos os dias de um ano ou para períodos de quatro anos. Convenhamos que este problema não era de fácil vulgarização, tal a sua complexidade técnica, visto que para tal solução era necessário considerar dois parâmetros: o do movimento não uniforme de translação (aparente) do Sol na Eclíptica e o que resultava do facto de o calendário juliano da época não compensar o excesso da duração daquele movimento solar anual. Como fez? Nunes teve a ideia de intercalar no Regimento tabelas complementares com valores interpolados entre os que ali já existiam; interpolações (em graus, minutos e segundos) que, por cada dia, indicassem os valores das declinações do Astro-Rei; valores interpolados obtidos por processos gráficos e por ábacos, que passaram a ser registados no quadrante ou no astrolábio, e cujo cálculo, executado por especialistas chamados *logísticos*, exigia o conhecimento do lugar (a longitude) do Sol numa data certa.

Mas tais operações gráficas teriam de ser a tradução correcta, em termos geométricos (embora com aproximações), das operações (algébricas, diremos hoje) contidas no segundo membro da igualdade já nossa conhecida, $\delta = \arcsin(\sin \epsilon \cdot \sin \lambda)$, visto que, como se vê por ela, se determina a declinação (δ) em função da

longitude (λ). É no *De arte arque ratione navigandi* que Pedro Nunes dá à estampa um desses ábacos, imaginado por si, tendo começado por uma revolução completa do Sol e passando depois a adoptar apenas um quadrante (quarto do círculo). Eis aqui a razão do nome do seu «*quadrante*», cuja explicação matemática é não só engenhosa mas muito simples, e com o qual se determinava a declinação solar a partir do seu lugar no Zodíaco ²⁰.

Cabe aqui intercalar uma informação curiosa: naquele tempo, o lugar ocupado por um astro num dos signos do Zodíaco não era determinado pelo cálculo de longitudes celestes, mas antes por outro critério que, por brevidade e simplicidade, indicamos através do exemplo a seguir. Suponha-se que o Sol ocupava uma posição do signo do Leão, o 5.º signo a contar de uma dada origem e segundo o sentido tradicionalmente convencionado. Então, naquele tempo, não se dizia que a sua longitude era, por exemplo, de 138°, mas sim que ocupava o *lugar de 18º do Leão*, visto que, como há 12 signos, cada um ocupa uma zona de 30° (360° a dividir por 12 dá 30° de quociente); e 138° divididos por 30° dá 4 de quociente e 18° de resto; em suma, o Sol passava 18° além da extrema do 4.º signo.

Ora se nos lembrarmos que, de 4 em 4 anos, o Sol não regressa exactamente aos mesmos lugares do Zodíaco, teremos de ver as razões que justificariam a necessidade de introduzir valores correctivos entre ou sobre os números tabelados. Em Portugal, o valor da correcção aceita (por sugestão de Zacuto) foi de 1'46" para que cada quadriénio. Todavia, as tabelas de Zacuto foram criticadas e comentadas por Nunes; e por isso ele aconselhou as da sua autoria, no *Tratado em defensam da*

carta de marear, dizendo a certo passo que: «E he melhor fazer as quatro tavoas para saber o lugar do sol: com sua equação: e despoys hũa tavao pequena de declinações: pera hũa quarta de zodíaco: q̃ serve pera todas quatro: que fazer quatro tavoas para a declinação em quatro anos.»

De tudo quanto acima vai exposto se depreende que as cartas náuticas não poderiam ficar insensíveis aos progressos de navegação e às alterações introduzidas no Regimento, e por uma razão soberana: nas cartas era necessário saber marcar com rigor a posição unívoca do barco (marcar o «ponto», como se dizia), que é como quem diz: era preciso que os marinheiros soubessem, com rigor científico, determinar duas coordenadas — latitude e longitude — a segunda das quais só foi possível «fixá-la» em termos precisos no século XVII, quando John Harrison inventou o cronómetro, com o qual se pode «conservar o tempo de um lugar». Não é porém segundo este último vector que irá prosseguir a nossa exposição. Vamos antes acentuar mais algumas informações ao contexto da problemática das latitudes por observações solares. Em Portugal, estas eram já praticadas no século XV por José Vizinho, que ensaiou o *Regimento da altura pelo Sol* em 1485, em terras da Guiné e no mar, tendo sido as suas investigações aproveitadas, em 1488, na célebre viagem em que Bartolomeu Dias ultrapassou as águas atlânticas para entrar nas do Índico — gigantesco empreendimento para o qual era necessário o cálculo das latitudes que, por sua vez, só era possível com o conhecimento das declinações solares, estas inscritas em tabelas. Antes dos trabalhos de Pedro Nunes, as tabelas portuguesas oficialmente adoptadas eram as da autoria de Abraão Zacuto,

publicadas no seu *Almanach perpetuum* com valores manuscritos para o ano de 1473, depois impressos em Leiria, em 1496. Nesta obra o famoso judeu descrevia regras pelas quais era possível localizar, dia-a-dia, o «lugar do Sol», isto é, a coordenada eclíptica relativa a um certo valor da longitude celeste, dada em graus, minutos e segundos (em 0° e 30°), acrescida da indicação do signo do Zodíaco em que o sol se encontrava — além de efemérides distribuídas por quatro grupos de tábuas para o período de 1473 a 1476. Neste mesmo ano (1476) foram aquelas tabelas corrigidas com o acréscimo do já referido valor de $1'46''$ aos valores dos quadriénios decorridos sobre os de 1472 («ano raiz») com o fim de, como ficou dito, os contrabalançar do excesso de duração do movimento (aparente) do Sol, durante um ano, pois, como se disse, o calendário Juliano da época ainda não havia sido adaptado; mais tarde, veio a beneficiar de novo aperfeiçoamento com a introdução das já citadas tabelas complementares com valores intercalares.

Pedro Nunes: a bússola e a declinação magnética

As vantagens conseguidas para determinar as latitudes por meio da técnica náutica aconselhada pelo processo da «altura do Sol ao meio-dia» eram confrontadas com dificuldades que, por vezes, o tornavam mesmo impraticável, como era, por exemplo, o incidente que sobreviria nos dias em que o Sol se encontrasse encoberto, inconveniente que poderia repetir-se durante dias e dias seguidos. Daqui o incentivo para reflexões demoradas por parte do

Cosmógrafo, que o levou demoradamente «a inquirir o modo a ã que pudéssemos em todo o tẽpo que ouuer sol, assi no mar como na terra, saber em que do polo» se encontrava o navegador. Era pois e ainda o problema da latitude que o ocupava e preocupava, de cujas reflexões nos dá conta nos seus escritos do *Tratado em defẽsam da carta de marear* e depois, de novo e de modo mais original, no *De arte atque ratione navigandi* — ideias donde saíram, só à conta de Nunes, três processos para a resolução do problema em apreço: além do que já foi citado no parágrafo anterior (altura do Sol ao meio-dia) podemos agora citar os processos seguintes: um baseado na determinação de uma leitura não-meridiana do Sol; outro referido a duas observações; e ainda um terceiro radicado em três alturas solares e no azimute, este com o objectivo de dispensar o conhecimento da declinação do Sol no dia da observação. É de crer que o processo mais utilizado foi aquele que era conhecido por «altura do Sol a toda a hora», através do qual Pedro Nunes aconselha a determinar alturas e azimutes magnéticos do Sol em duas posições extrameridianas cuja aplicação implicava a equipagem seguinte: um «instrumento de sombras» ²¹ para observar os azimutes magnéticos do Sol; um globo (uma «poma»); e um astrolábio.

Utilizando este processo náutico, repetida e cuidadosamente, nas suas viagens à Índia e ao Mar Vermelho, segundo regras que levava em «escrito cerrado» para saber «se era verdadeira e punctual a regra que nos deu o doctor Pero Nunez pera em toda a ora do dia em que fizer sombra sabermos a levação do polo», D. João de Castro obteve com ele resultados satisfatórios e, além disso, teve oportunidade de o

comparar com o Regimento da «altura do Sol ao meio-dia», como ele mesmo escreve no seu *Roteiro de Lisboa a Goa*. Foi o Infante D. Luiz, amigo e colega de Castro nas lições recebidas do mestre de ambos, Pedro Nunes, que ofereceu a aparelhagem que Castro utilizou, e nela se incluíam dois «instrumentos de sombras». Todavia, o processo em apreço — «altura do Sol a toda a hora» — na sua aplicação prática no alto mar, revelou inconvenientes, que sumariamos: dificuldade em fazer duas observações no mesmo lugar, a que se opunham os movimentos do barco; erros provenientes do facto dos azimutes serem magnéticos e não astronómicos, cujas medições eram morosas; e a construção e gradação da «poma» exigiam cuidados especiais.

Daqui donde estamos, quase no ano 2000, olhando para o século XVI, a apreciação dos trabalhos de Nunes deverá ser serena e não-inocente, mas sempre justa, inserida nas circunstâncias, como merece a grandeza do sábio. Os trabalhos do cosmógrafo português encerram beleza científica, imaginação brilhante. Se alguns são exactos quando analisados sobre o plano da especulação e na prática dão apenas resultados aproximados, não devemos, por isso, esquecer que a sua aplicação em terra firme é uma coisa mas que no mar as circunstâncias são outras, tais como oscilações do navio, seus avanços durante as observações astronómicas, acrescidas ainda dos defeitos inerentes à própria construção dos instrumentos de medida, que inevitavelmente se traduziriam em erros de cálculo das latitudes. De facto, como D. João de Castro verificou e explicitou, no mar são úteis os processos náuticos pelos quais se determina a latitude por meio de uma única observação, feita o

mais rapidamente possível, para assim serem evitadas aquelas causas de erro.

Se é verdade que alguns contributos devidos a Nunes ficaram apenas na teoria da Náutica, que ele valorizava muitas vezes sobre a prática; se é certo que não lhe encontramos um chamamento expressivo e constante para o chamado método experimental, que então já despontara em Duarte Pacheco Pereira, Garcia da Orta, D. João de Castro, e em outros — não será por isso que a História da Ciência se decida a diminuir a grande figura do cosmógrafo português, honra e glória da ciência náutica, um dos primeiros, se não o primeiro, a dotar a Astronomia de um método para determinar latitudes por meio de passagens extrameridianas do Sol, engenho que o Museu da Ciência guardará para sempre ao lado de outras descobertas e inventos também da sua lavoura. Aliás, seria condenável silenciar ou reprovar aquele método noniano quando João de Lisboa, D. João de Castro e outros utilizaram com êxito os ensinamentos do *doctor Pero nunez*, entre os quais os que se referem a observações da declinação magnética e a desvios da agulha devidos a «curvas» locais; quando aqueles mesmos navegadores, D. João de Castro em especial, fizeram observações de declinações magnéticas que representam a primeira achega válida, notável para a época, para o chamado problema da *distribuição geográfica das linhas de igual declinação*. Embora só mais tarde os pilotos pudessem achar com êxito a longitude por meio da declinação magnética (quando da invenção dos cronómetros) e determinar os ângulos horários do Sol em vez de azimutes; e com os cronómetros e os progressos da Trigonometria esférica terem alcançado os métodos contemporâneos para determinar latitudes

por meio de observações extrameridianas — a verdade é que no século XVI, e com os ensinamentos do *doctor Pero nunes*, D. João de Castro conseguiu demonstrar que as variações da declinação magnética e da longitude não se relacionam segundo uma lei de proporcionalidade como erradamente o haviam admitido João de Lisboa e Rui Faleiro (irmão de Francisco Faleiro), cuja conjectura fez cair os pilotos em erros graves ²².

O nome de Pedro Nunes está, pois, ligado à problemática da declinação magnética e adiante se verá que também à própria agulha de marear. Nunes é autor de processos para determinar a declinação magnética pela observação das estrelas (e do Sol), área científica para que muito contribuíram João de Lisboa e Francisco Faleiro, com trabalhos de que Pedro Nunes se serviu e que criticou, afirmando serem eles de difícil aplicação visto que «no bornear cabe muito engano», assim dizia; enganos que, no juízo do Cosmógrafo-mor, seriam tanto maiores quanto mais o piloto fizesse observações por meio da Polar ou da estrela principal do Cruzeiro do Sul — assim significando, portanto, a sua preferência pelo recurso às observações solares através do seu processo, no qual utilizava o seu «instrumento de sombras», acima referido, cuja descrição se faz, a seguir: prato quadrado ou circular, horizontal, em cujo centro era posto um estilete vertical perpendicular à base da caixa da agulha; uma agulha magnética colocada numa cavidade (circular e graduada) do referido prato, cavidade dividida em duas partes iguais pelo diâmetro que continha os zeros da graduação ²³; ficando as pontas da agulha dirigidas para estes zeros, os graus em que a sombra do estilete se projectasse «uma, duas ou três horas antes do meio dia, e outro tempo depois do meio

dia», eram lidos na caixa. Duas sombras do referido estilete formavam um ângulo cuja bissectriz daria a linha norte-sul; a declinação magnética era dada pelo ângulo daquela bissectriz com a linha dos zeros; o azimuth solar, corrigido da declinação magnética, seria determinado em relação ao meridiano magnético dado pela agulha.

Este processo foi considerado correcto por D. João de Castro mas o mesmo não aconteceu com outro, também imaginado por Nunes, baseado na amplitude ortiva ou occídua do Sol para obtenção da declinação magnética ²⁴.

Da agulha de marear

Vejam os meios materiais se servia o piloto para chegar à leitura do ângulo da agulha com a linha norte-sul da pontaria que efectuasse na sua observação; ou seja, falemos do instrumento e dos modos que lhe permitiam o «bornear da agulha», como dizia Nunes. Imagine-se uma caixa onde é instalada uma rosa-dos-ventos com 32 quartas, talhada em cartão, sobre ou sob a qual estão presas duas peças iguais com forma de aparo, de ferro ou de aço — chamadas «ferros», magnetizados de quando em quando numa «pedra de cevar» — unidas só pelas pontas e abauladas na parte média, sendo a ponta do Norte assinalada por uma flor-de-lis; e a do Nascente por uma cruz, para simbolizar o sentido da Terra natal de Jesus Cristo. Depois imagine-se uma segunda caixa continente daquele conjunto e suspendendo a primeira caixa, com dois orifícios diametralmente opostos — norte e sul — através das

quais são feitas as pontarias necessárias para a Estrela Polar (α Ursae minoris) e para a Estrela do pé do Cruzeiro (α Crucis), nas suas passagens meridianas, pontarias que visam a determinação da declinação magnética. Considere ainda peças acessórias, tal como um semicírculo cujo plano é ortogonal (ou, grosseiramente, perpendicular) ao plano da rosa-dos-ventos, e fixado ao exterior do instrumento por um fio de arame, «por debaixo do espelho da bússola», cuja direcção é a da linha daqueles dois orifícios.

Suponha-se agora que a superfície cilíndrica interior da caixa está também dividida nas 32 quartas da rosa-dos-ventos, de acordo com os pontos divisórios dos rumos (ou substituindo essas divisórias por numeração em graus). Terá sido assim concebido o modelo de agulha que vem descrita no *Tratado da agulha de marear*, de João de Lisboa, e, vinte anos mais tarde (1535), no *Tratado del Sphera del Mundo y del Arte de Marear*, de Francisco Faleiro. No entanto, apesar de todas as normas aí descritas e de todos os cuidados recomendados e postos na sua prática, os pilotos deram conta de causas de erro da bússola, que Pedro Nunes analisou e procurou solucionar, como nos refere nas versões, publicadas em 1537, do volume *Da Sphera*, nos seus *Tratados sobre certas dúvidas da navegação e em defensam da carta de marear* — análise que sumariamos em termos esquemáticos:

— A rosa e agulha, colocadas na caixa, deviam ser montadas de modo que o ponto médio ficasse apoiado sobre um «peão torneado», fixado ao centro;

— As agulhas deviam ser tão grandes quanto possível, afim de evitar as incertezas do «grau que se marcar»;

— A caixa envolvente (a segunda) deveria ficar pendente em suspensão de Cardano (ou «por cordeis ou por outra arte»), para evitar os balanços do mar;

— Tal como o havia recomendado João de Lisboa, Pedro Nunes recomenda também a ligação dos «ferros» à rosa-dos-ventos, de modo a que no local de observação uma das extremidades do eixo da agulha ficasse aposta à flor-de-lis, a fim de que a declinação saísse isenta da chamada «constante angular de instalação»²⁵;

— Francisco Faleiro tinha proposto quatro processos para determinar a declinação da agulha a partir de observações solares. Nunes, depois de analisar as várias operações aí consignadas, estuda a variação dos fenómenos magnéticos terrestres e acaba por recomendar um novo processo de «bornear a agulha», ilustrado com recomendações e exemplos numéricos claros, radicado em observações de iguais alturas do Sol, antes e depois da passagem do Astro-rei pelo meridiano do local de observações, e substituindo assim a operação de bornear pelas estrelas — para cuja execução o Cosmógrafo-mor inventou o referido «instrumento de sombras» (também inspirado num outro de F. Faleiro), de que daremos conta no capítulo expressamente dedicado aos instrumentos náuticos da sua autoria.

Afigura-se-nos ser este o momento adequado para resumir o que ficou dito da obra de Pedro Nunes como cosmógrafo, para fixar o que de essencial aí ficou.

É no *Tratado sobre certas dúvidas de navegação*, incentivado pelas dúvidas que lhe foram postas por Martim Afonso de Sousa, que Nunes apresenta dois tipos de navegação:

- a) pela «*linha curva irregular*»;
- b) por «*círculo maior (máximo)*».

A primeira foi designada mais tarde (1624), por Snellio, *loxodromia*, nome ainda actual, e representa a trajectória do navio no mar, navegando ao mesmo rumo (ângulo feito pela direcção da proa com a do meridiano verdadeiro); na segunda, chamada *ortodromia*, o rumo é variável. Pedro Nunes demonstrou que estes dois modelos de curvas não coincidem, acabando assim com uma tradicional convicção que se fixara na mente dos pilotos e cosmógrafos — e daí deduz duas consequências importantes:

- 1.^a) Propõe que a navegação seja feita por *loxodromias* e por *ortodromias*;
- 2.^a) Considera no Globo terrestre — a *poma*, como diz — o traçado das linhas de rumo, isto para melhor servir estes dois modos de navegação;
- 3.^a) Sublinha em várias oportunidades que a *Carta de marear quadrada* serve para as loxodromias, mas «com alguma pequena mudança que se faça»²⁶.

No *Tratado em defensam da carta de marear*, Nunes volta, de novo, ao problema das *loxodromias*, para as definir com mais rigor e precisão e as ilustrar com figuras eloquentemente esclarecedoras. Mais tarde (1566), quando refunde aqueles dois *Tratados*, em publicações escritas em latim, o cosmógrafo português indica a maneira de traçar nas *pomas rumadas* as suas loxodromias, às quais, na tradução latina, chama *linha de rumo*; mostra que estas «curvas» devem ser traçadas com o auxílio de um quadrante flexível, dividido em 8 quartas (cada

quarta tem $11^{\circ} 1/4$). Eis aí as célebres *pomas rumadas loxodromicamente*, de Pedro Nunes.

Por outro lado, Nunes foi um precursor da navegação astronómica, embora algumas das suas soluções originais e engenhosas se revelassem pouco práticas. Nos *Regimentos do cálculo de latitudes (altura do pólo) pelo Sol* aparecem as soluções nonianas:

1) *Ao meio dia* (conjunto usual de regras);
2) *Em todo o tempo que houver Sol*, dois processos: por uma e por duas alturas solares, que exigem o emprego de:

a) uma *agulha especial*, a que D. João de Castro chamou «instrumento de sombras»;

b) um *astrolábio* (para medir a altura do Sol);

c) Um *globo ou poma* (para determinar graficamente a latitude);

d) O *Regimento da declinação do Sol*, por meio de Tábuas. É com estas Tábuas que termina o seu *Da Sphera*, as quais foram inspiradas nas de Salomão Zacuto, para o quadriénio de 1537-1540 (incluindo o bissexto 1540) e que, não dando imediatamente declinações (porque exigiam as referidas interpolações), é de admitir que só D. João de Castro as tivesse usado.

*Pedro Nunes, inventor de instrumentos náuticos
e de construções gráficas*

Três tipos de problemas se colocavam aos pilotos sobre a eficiência das medições astronómicas, para os quais deu Pedro Nunes contributo notável:

1.º) À medida que as navegações iam sendo realizadas longe das costas, os pilotos necessitavam, no mar-oceano, de medições cada vez mais precisas e rigorosas, rigor e precisão que teriam de reflectir-se na marcação unívoca do «ponto», nas cartas. Mas os balanços e os avanços do barco, além de outros factores, se por um lado condicionavam esses apuros, por outro levavam os pilotos a desconfiarem das suas próprias medições — e até mesmo do astrolábio e do quadrante, que, em modelos simplificados, foram os instrumentos de altura mais usados no período inicial na navegação astronómica, esta, como ficou dito, baseada em observações do Sol e da Polar. Daí que cosmógrafos e pilotos resolvessem deitar mão de outros aprestos, tais como, a balestilha, o Kamal, o báculo de Jacob ²⁷, instrumentos que também eram usados na avaliação de distâncias e de alturas inacessíveis em operações militares. Também aí se encontra a causa do incentivo que os levou a imaginar outros dispositivos para medir alturas, reduzindo tanto quanto possível a fragilidade das condições de observação no mar.

2.º) Por outro lado, tornava-se necessário melhorar a precisão das leituras feitas nas escalas de graduação dos próprios instrumentos, problema que se relacionava com as dificuldades já referidas.

3.º) Por outra banda ainda vinha o caso da bússola e toda a problemática aí envolvente. A bússola era um aparelho indispensável na determinação dos rumos e no estudo dos fenómenos de magnetismo terrestre, que então despontava nas intenções científicas de João de

Lisboa, F. Faleiro, Pedro Nunes, D. João de Castro, e de outros, cujos esforços iam melhorando gradativamente as operações para determinar a declinação magnética.

Expostos que são, a traços largos, os três tipos de problemas fundamentais que se colocavam no âmbito dos instrumentos náuticos de então, passemos a assinalar o contributo oferecido pelo Cosmógrafo português. Para medir alturas do Sol, Nunes propôs dois novos instrumentos: o «anel náutico» e o «instrumento jacente no plano», sendo este último, e como foi dito, baptizado por D. João de Castro com o nome de «instrumento de sombras». Concebeu o célebre «Nónio», que foi adaptado ao astrolábio e ao quadrante. Inventou um outro «instrumento de sombras» para determinar a declinação magnética, este baseado num dispositivo análogo da autoria de F. Faleiro. Através de uma descrição sumária, passemos-los em revista.

O «*anel náutico*» (ou anel astronómico ou anel graduado) é esquematizado nas figuras n.º 4 e n.º 5.

Nunes faz a sua descrição no seu *De arte atque ratione navigandi* (1573), em capítulo dedicado aos instrumentos pelos quais se pode obter as alturas dos astros. Consta de um anel de secção circular ou quadrada, com a espessura de «um dedo» (cerca de «uma terça» 2,4 cm), de diâmetro próximo de um quarto de palmo. Pelo orifício C = *angustissimi relinquatur foramen*, assim diz Nunes — passava a luz solar cujo raio, incidindo sobre o arco de circunferência graduada, dava a altura do astro a partir do horizonte, se o anel náutico se mantivesse suspenso pela argola A e o seu plano tivesse a orientação do plano vertical do Sol. O anel náutico não possuía mediclina, o que o tornava mais equilibrado e mais leve que o astrolábio, facto que o tornou preferido

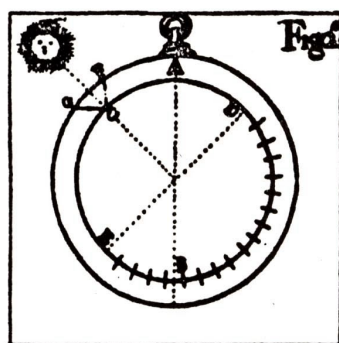


Fig. n.º 4
O anel, náutico.
(Reproduzido de *Estudos de História*, vol. IV do Prof. Luís de Albuquerque, Coimbra).

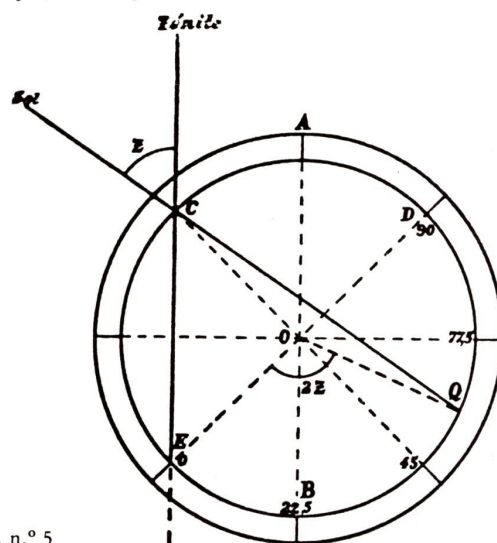


Fig. n.º 5
Esquema explicativo do uso do anel náutico. [Reproduzido de *Estudos de História*, vol. IV, do Prof. Luís de Albuquerque, Coimbra].

até ao século XVIII, até que E. Nairne e John Seller (construtores ingleses) lançaram no mercado anéis graduados tecnicamente mais perfeitos.

Tem esta invenção de Nunes uma particularidade notável para a época e que o seu autor assinala do modo seguinte: «Os graus da altura (do Sol) são neste instrumento duas vezes maiores do que seriam se sobre o centro rodasse uma alidade, como vemos no astrolábio habitual ²⁸. Na verdade, de dois ângulos iguais, aquele que está na circunferência do círculo contém um arco duplo do que tem vértice no centro» — propriedade geométrica que é corolário imediato da proposição elementar: «um ângulo ao centro é duplo do ângulo inscrito no mesmo arco», e que permitia obter o valor dos ângulos que determina, expressos em graus, dividindo os quadrantes em 45 partes iguais em vez de 90°.

O «*instrumento jacente no plano*», também descrito por Nunes, no *De arte atque ratione navigandi*, esquematizado na fig. n.º 6, compunha-se de uma tábua plana rectangular, de boa madeira — «cedro ou pereiro» — que não sofresse alterações com o tempo, chamada *base*. Horizontalizando a base, rodando-a até que a sombra da hipotenusa do triângulo OGS, rectângulo e isósceles, ficasse tangente ao círculo de centro O (então confundida com a tangente HH'), o piloto faria a leitura solar quando aquela sombra interceptasse o quadrante graduado (de 0° a 90°). Esta ideia tão simples quanto engenhosa talvez tivesse sido inspirada no antiquíssimo gnómon, segundo sugestão do prof. Luís Albuquerque.

O «*Nónio*», descrito na «Proposição III» da segunda parte do *De Crepusculis*, é uma peça acessória — graduada em graus, minutos e segundos — que Nunes pensou

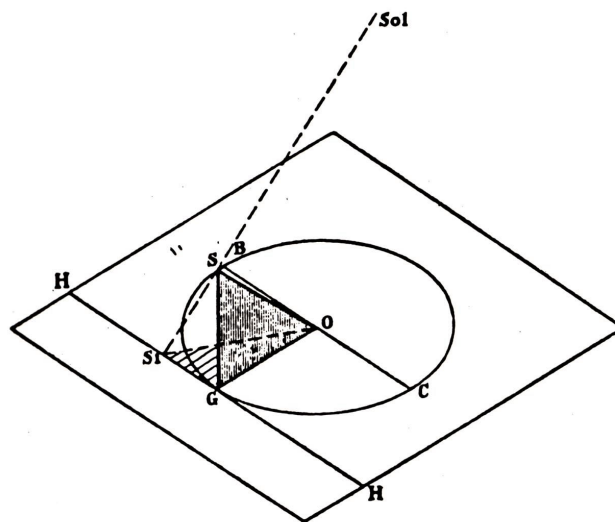


Fig. n.º 6

Instrumento de sombras de Pedro Nunes — desenho explicativo da sua construção e uso.
 [Reproduzido de *Estudos de História*, vol. IV, do Prof. Luís de Albuquerque, Coimbra].

juntar à linha do astrolábio náutico com o fim de medir fracções do grau, peça que entre nós ficou conhecida pelo nome de «*nónio*» (em honra a *nonius*) e que, no dizer do seu autor, se destinava «às observações dos astros e com a qual se possam determinar rigorosamente as respectivas alturas».

Consideremos (fig. n.º 7) o quadrante *a* e *b*, de centro *e*; divida-se o quadrante exterior *ab* em 90 partes iguais e tracem-se 44 arcos de círculo concêntricos no ponto *e*; divida-se o primeiro arco em 89 partes iguais, o segundo em 88 partes iguais, e assim por diante até chegar ao mais interior, que ficará dividido em 46 partes iguais, sendo essas divisões contadas no sentido do raio *ea* para o raio *eb* (seria inútil continuar a traçar arcos de círculo, porque as divisões dos que fossem além do arco n.º 44 ajustar-se-iam com as divisões exactas dos anteriores). O número de ordem de cada arco de círculo — a contar em sentido decrescente, portanto, de 90 para 46, e da periferia para o centro — deve ficar marcado na extremidade de cada um desses arcos; e as partes em que cada arco se decompõe devem também ser assinaladas de 10 em 10 ou de 5 em 5 divisões. Pois bem. Feita uma pontaria com o astrolábio, o caso mais provável será aquele em que essa pontaria não corresponda a uma divisão inteira da escala do quadrado *ab*; mas, dizia Nunes, «rara será a vez em que o *medeclino* do astrolábio não se sobrepõe aos ditos quadrantes sem cortar algum deles segundo o traço de uma divisão»²⁹.

Era e é assim possível medir ângulos marcados no astrolábio com muito maior rigor do que até então o fora, desde que se procure o quadrante (o círculo) em que alidade passa por cima de uma divisão, ou o mais próximo dela e, além disso, que se faça uma proporção

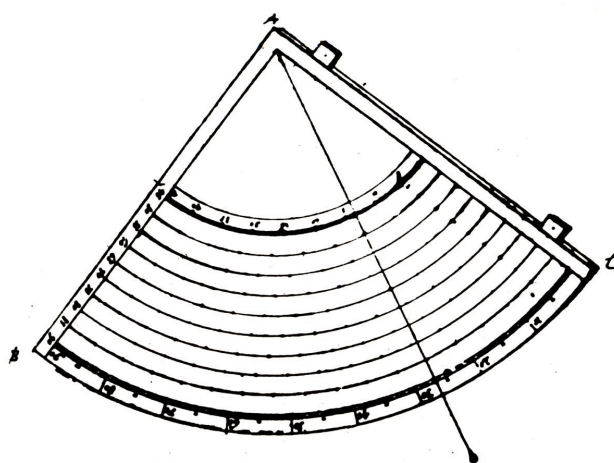


Fig. n.º 7

O *nónio* aplicado ao quadrante.

[Reproduzido de *Estudos de História*, vol. IV, do Prof. Luís de Albuquerque, Coimbra].

simples: admita-se, por exemplo, que a linha de pontaria coincide com o número de 32 divisões inteiras do arco que está dividido em 76 partes iguais; então, ter-se-á que, por defeito, $\varphi = \frac{32 \times 90^\circ}{76} = 37^\circ,89 = 37^\circ 53' 24''$.

O doutor Gomes Teixeira, baseando-se em escritos saídos do punho próprio de Pedro Nunes, considera que a ideia matriz do *nónio* se traduz por uma reconstituição de um método que ele (Nunes) atribuía a Ptolomeu; ideia raiz que, fundamentalmente, consiste na sobreposição de escalas diversas divididas de modo diverso, com a finalidade de medir uma determinada grandeza. Este processo (sobreposição de escalas) conduz ao mesmo efeito que uma única escala, se esta tiver um número de divisórias um pouco inferior ao das de todas as escalas utilizadas. Quer dizer: assim, tudo decorre como se se recuasse para longe o limite imposto pela técnica do século XVI, relativamente ao número de divisórias que era possível marcar numa escala única. Ora o Cosmógrafo-mor concretizou a sua ideia utilizando 45 quadrantes (incluindo, claro, o quadrante exterior *ab*, que é dividido em 90°) para medir ângulos por meio do astrolábio; e desse modo tirava o mesmo resultado que tiraria se tivesse usado um só quadrante dividido em pouco menos de 2 970 partes, embora não exactamente iguais.

Seja como for, naquela época o instrumento teve uma repercussão enorme em vários países. Tanto assim que, pouco depois, em 1593, o jesuíta alemão Cristóvão Clávio tornava o instrumento mais prático e mais simplificado. Clávio considerou apenas uma segunda escala e fez notar o seguinte: se se quisesse medir arcos com um limbo dividido em graus, conviria que a escala

auxiliar abrangesse 61° e fosse decomposta em 60 partes, visto que, desse modo, cada divisória da escala auxiliar teria o valor de *um grau e um minuto*; duas divisórias, *dois graus e dois minutos*; e assim por diante. Oicamos mesmo o Pe. Clávio através do seu livro *Astrolabium* (1593): «E assim, se alguém quiser a gradeza de um minuto (suposta a escala em graus) no quadrante AB, transfira uma divisão do arco LM (nónio) para tal quadrante, feito princípio no ponto A ou em qualquer grau que se queira; do mesmo modo, se se transportarem duas divisões de LM (nónio), completaremos uma parte que mede dois graus e dois minutos»; etc.³⁰. Quer dizer, o Pe. Clávio conseguiu um instrumento mais simples e expedito, visto que, substituindo os 44 círculos fixos (escalas) de Nunes por uma escala móvel, obteve, com medidas em minutos, o mesmo efeito que um quadrante dividido em 5 400 partes iguais ($90^\circ = 5400'$). Depois, ainda, Clávio aconselhava a utilização de um compasso para comparar a escala móvel com a fixa.

Mais tarde, já no século XVII, em 1631, o belga Pierre Vernier introduziu nova simplificação: a referida comparação de escalas, proposta pelo matemático alemão, foi aliviada ligando a escala auxiliar à alidade do móvel do astrolábio, com o qual se desloca. Esta simplificação encontra-se descrita no capítulo *La construction, L'usage et les propriétés du Quadrant nouveau de mathématique*, da autoria de Vernier, e do qual existe um exemplar na Universidade de Coimbra. Enfim, destes três modelos resultou o instrumento actualmente conhecido na Península Ibérica por *nónio*; nos Países-Baixos e França, por *vernier*; e por *clavius* na Alemanha — facto que de algum modo tem dividido as opiniões

quanto à atribuição da «ideia raiz» a Pedro Nunes ou a Vernier; e por isso nos dispomos a registar duas palavras serenas. A César o que é de César.

Quem se entregar à crítica do assunto em apreço não deverá deixar de separar três questões: a concepção, a realização e a execução do instrumento. Então não será difícil concluir que, de facto, a concepção do *nónio* e do *vernier* são idênticas visto que, em qualquer delas, o objectivo consiste na substituição de um segmento de uma escala que ocupa um número fraccionário de divisórias por um outro segmento igual de outra escala que preenche um número inteiro de divisórias, deduzindo-se o primeiro número a partir do segundo e do conhecimento da relação de valores das divisórias das duas escalas. No que se refere à realização dessa concepção já é possível encontrar diferenças entre o *nónio* e o *vernier*, que seria fastidioso explanar no âmbito de um livro como este. A execução dos instrumentos não é da autoria dos inventores, Nunes ou Vernier, mas sim é devida aos construtores, bem como aos recursos técnicos da época em que forem construídos.

Parece que o único exemplar da versão original do *nónio* de Nunes, de que até hoje se conseguiu encontrar notícias foi mandado construir por Tycho-Brahe, astrónomo dinamarquês, criador de um sistema astronómico diferente dos de Plotomeu e de Copérnico, mestre de Kepler, muito dado à Astrologia, nascido em 1546 e falecido em 1601. Neste mesmo contexto, Stockler chegou a pôr em dúvida que Pedro Nunes tivesse construído algum exemplar da *sua* concepção; e conjectura ainda que os instrumentos existentes em Coimbra tivessem sido derretidos durante o período da

decadência científica verificada após a morte do Cosmógrafo-mor — hipótese inverosímil para nós.

O «*instrumento de sombras*», é um dispositivo análogo a um outro da autoria de F. Faleiro, mas mais cuidado e enriquecido com múltiplas recomendações e ilustrado com exemplos numéricos didacticamente acessíveis ao nível cultural dos pilotos; permitia determinar as latitudes por observações da altura e do azimute do Sol em qualquer dia, em relação ao meridiano magnético (dado pela agulha) e corrigido depois da declinação magnética (dada pelo instrumento). Para complementar estas operações e chegar à determinação da latitude, Nunes imaginou uma construção gráfica e mecânica, cuja ideia raiz vinha de F. Faleiro, feita sobre um globo (uma «poma») onde estavam marcados um círculo máximo (o horizonte) e um outro passante pelo Zénite e Nadir, chegando assim à marcação dos pólos da Terra. Fazendo depois duas observações do Sol, S_1 e S_2 , considerava os triângulos esféricos de vértices no Zénite, no Pólo e em S_1 e S_2 ; triângulos de posição que, reconstituídos sobre a «poma», teriam por lados: o complemento da latitude procurada ($90^\circ - \varphi$), a altura ($90^\circ - h$) e a declinação ($90^\circ - \delta$), cujo ângulo oposto seria o suplemento do azimute. Recorrendo a tabelas de declinação (δ) do Sol, às observações da altura solar, o «instrumento de sombras» daria o azimute.

Embora Pedro Nunes tivesse denunciado como pouco expedito um outro processo que imaginou para determinar a declinação magnética, nem por isso o silenciaremos. No instrumento que nos tem ocupado, a agulha era fixada numa cavidade excêntrica para que um estilete vertical passasse pelo centro de um círculo «repartido em quartas» por dois diâmetros e dividido em

360 partes iguais — agulha cuja colocação na tal cavidade era envolvida em cuidados pormenorizados pelo Cosmógrafo-mor. Nunes preconiza então a determinação da declinação magnética por uma única observação do Sol, tomando esta com o astrolábio, sobre o qual a sombra do referido estilete vertical deveria ser tomada à passagem do Sol pelo meridiano do lugar.

Não se lhe conhecem referências ao Kamal, desconhecimento, aliás, extensivo aos cosmógrafos seus contemporâneos; mas no seu *De arte atque ratione navigandi* pronunciou-se sobre a balestilha e o «báculo de Jacob» (*radius astronomicus*, como o designava), chegando mesmo a alvitrar a construção de balestilhas equipadas com graduações lineares no virote e na soalha. Considerando aí os triângulos rectângulos formados pela semi-soalha (cateto), pela distância do cós do virote à soalha (outro cateto) e o ângulo oposto ao primeiro cateto, cujo cálculo era o objectivo das operações, Nunes recomenda a consulta de tabelas de tangentes para a resolução desses triângulos rectângulos.

Podemos ainda referenciar dois tipos de compassos propostos por Nunes: um deles destinava-se ao cálculo de senos; com o outro media a razão do arco de paralelo terrestre (correspondente a uma dada latitude) para o raio da Terra, razão necessária para a aplicação de tabelas que davam a diferença de longitudes entre dois pontos da curva percorrida pelo navio em relação com a diferença de um grau de latitude ($16 \frac{2}{3}$ léguas).

No *Tratado da Sphera*, Nunes fala de «ho estromento Meteoroscopio», cujo nome, segundo nos diz, vem da circunstância de que «per elle se alcanção as cousas q̃

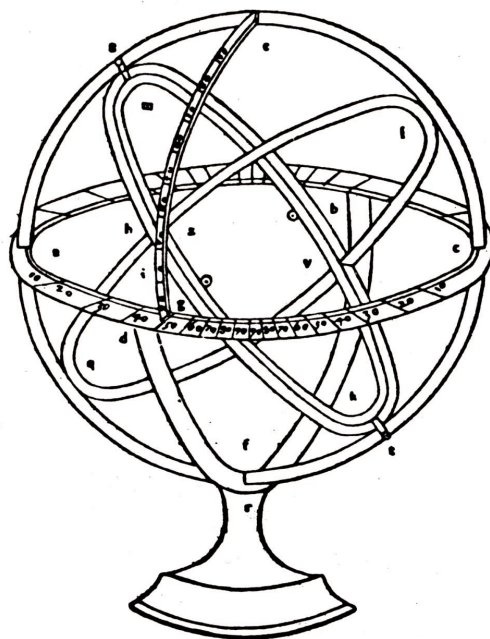


Fig. n.º 8

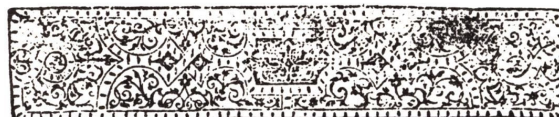
O meteoroscópio.
 [Reproduzido de *Pedro Nunes — Obras*, vol. I, Imprensa Nacional,
 Lisboa, MCMXL].

estão no alto», e procura distingui-lo do instrumento «das Armillas que no almagesto se ensina a fazer»; embora fosse «quasi como este», estruturalmente «he feito de muitas armillas circulares e quasi todas tem movimento». O *meteoroscópio* (fig. n.º 8) é um instrumento diferente do astrolábio, como o provou o prof. Francisco Leite Pinto, destinado ao cálculo e não a observações, uma variedade da esfera armilar, com alguns arcos móveis com os quais se construíam os triângulos esféricos, talvez inventado por Ptolomeu que, com ele, resolveu vários tipos (três, pelo menos) de problemas de Trigonometria esférica, entre os quais aparece o do chamado «caso duvidoso», todos analisados e criticados por Pedro Nunes, que diz: «... e assi tenho por certo q̃ Ptolomeu ho não fez pera mais q̃ pera escusar trabalho dos números» e «elle usaua do Meteoroscopio por se tirar do trabalho dos números».

Para finalizar este capítulo, duas palavras apenas. No *Da Sphera*, a propósito da citada «Annotação» sobre Climaxes, Pedro Nunes deduz a também já referida fórmula:

$$\text{sen } \delta = \text{sen } A \cdot \cos H,$$

onde δ representa a declinação do Sol, H a latitude de um lugar e A o rumo (azimute) do Sol ao nascer. É nesse contexto que o sábio propõe a utilização de um instrumento muito simples, mas engenhoso, para a resolução daquela equação, deslizando do âmbito puro da questão astronómica dos climaxes para os problemas da arte de marear; e mostra como a referida igualdade pode servir para determinar a declinação magnética.



¶ PETRI NONII ¶
SALACIENSIS, DE CREPVSCVLIS

LIBER VNVS.

ITEM Allacen Arabis vetustissimi, de causis Crepusculo-
rum Liber vnus, à Gerardo Cremonensi iam olim
Latinitate donatus, & per eundem
PETRVM Nonium
denuò recognitus.



¶ SECVNDA EDITIO. ¶



CONIMBRICÆ.

Excudebat Antonius à Narijs.
Anno 1573.

Fig. n.º 9 — Reprodução do frontispício da edição de 1571.

IV / O MATEMÁTICO

O geómetra

As obras de Pedro Nunes não versam apenas matérias de Astronomia aplicadas à Náutica. Quem compulsar os seus escritos encontrará também numerosos e variados contributos no âmbito das chamadas matemáticas puras. Para além do cosmógrafo insigne, que foi, ressalta, a quem o ler, o perfil de um cientista multifacetado e de filósofo, sempre atento na bibliografia publicada. O geómetra, o cosmólogo-filósofo, o algebrista, são caracteres que se enlaçam na *avis rara* desse século XVI, que foi Pedro Nunes.

Dedicámos ao cosmógrafo a parte maior do espaço deste livro. Critério discutível, talvez, mas que satisfaz, decerto e bem, uma metodologia defensável. É que a Obra de Nunes, vasta e densa, não cabe em compartimentos acanhados, merece exposição demorada para dela ressaltar em verdadeira grandeza a estatura do Homem e do Cientista. Resta-nos, pois, noticiar o substrato dos seus escritos sobre Álgebra e Geometria, parte deles disseminados por todos os canteiros da sua Obra, através dos quais revela habilidade e engenho, e ao mesmo tempo conhecimento

profundo das obras clássicas dos matemáticos «puros» da Grécia, de Bagdad, Toledo, Salamanca, Nuremberga, das escolas inglesas e italianas, etc., tendo ido mais longe que os seus pares, como se verá.

No Tratado *Da Sphera*, diz: «Escrevi a Geometria dos triângulos esféricos largamente, antes que da Alemanha nos mandassem à Espanha os livros de Geber e de Monte Régio, que na mesma matéria falam, e depois de lidos não rompi o que tinha escrito.» Referia-se, sobretudo, a livros consagrados a Trigonometria esférica daqueles cientistas, dados à estampa em 1533 com o título *De triangulis omnimodis Libri quinque* e também ao seu próprio trabalho *Geometria dos triângulos sphaeraes*, já escrito antes de 1533, cujo manuscrito se supõe perdido mas que «podemos reconstituir por meio de numerosas passagens das suas obras em que é aplicada a Trigonometria», como diz Gomes Teixeira.

Quem se der ao trabalho de espiolhar os escritos de Pedro Nunes poderá registar que foram muitos e variados os problemas de Geometria neles tratados. Usou com engenho dois métodos que já haviam sido aplicados por Ptolomeu em questões de Geometria da esfera. O primeiro destes métodos diz respeito a construções planimétricas realizadas sobre dois planos, um dos quais é depois rebatido sobre o outro. O método foi muito usado por Nunes nas suas demonstrações, sobretudo nas de natureza geométrica, fazendo intervir (na demonstração) dois planos paralelos que rebate sobre o plano de um meridiano: O *De Crepusculis* e o *Da Sphera* são os trabalhos onde esta técnica aparece com maior abundância. É porém lícito interrogar se Nunes teria, de facto, imaginado a operação do rebatimento com a ideia de rebatimento,

visto que também no caso da projecção ortográfica — que é outra interpretação que as suas figuras podem admitir, embora não seja essa a significação que elas têm — o rebatimento pode ser considerado nas mesmas condições. Mas, como é sabido, a *operação de rebater* é uma rotação de um plano sobre outro em torno da sua intersecção (a charneira), ideia de movimento que nos parece arredia do pensamento noniano, que aliás ele nunca enunciou. Então, o que nos parece, e é verosímil, é que Nunes se limitava a preparar duas ou mais figuras quase independentes que depois apresentava conjugadas sem preocupação de movimento que pudesse levar a essa conjugação, não tendo, portanto, a ideia de justapor os diferentes planos tal como nós hoje encaramos o rebatimento geométrico. Em conclusão: desde que os consideremos como uma boa interpretação das figuras que ilustram os seus trabalhos, mas como sendo uma má interpretação das suas ideias, podemos dizer que Nunes recorria com frequência ao método dos rebatimentos.

O segundo método geométrico usado por Pedro Nunes já diz respeito a tratamentos específicos da Trigonometria esférica. Por este, o nosso geómetra não só aplicou as regras respeitantes aos triângulos rectângulos como também chegou à *regra dos quatro senos* que é, por sua vez, um corolário célebre do teorema de Menelau sobre o quadrilátero esférico — regra que fora divulgada pelo matemático persa Nassir-Eddin.

É no capítulo XX do *De arte atque ratione navigandi* que Pedro Nunes trata do caso da resolução do triângulo esférico para determinar um lado quando são conhecidos os valores de dois lados e do ângulo por estes compreendido. Isto com a finalidade de resolver o

problema astronómico em que se pretende calcular o valor da distância entre dois lugares A e B da Terra, situados sobre o mesmo círculo máximo, conhecidas que sejam a latitude e a longitude desses lugares. É porém de notar que a solução proposta por Nunes é, no fundo, a solução dada nos *Tabulae primi notis* (1514) de Regiomontano, mas agora revestida de uma forma didáctica mais clara e mais simples, conseguindo ainda atingir uma terceira solução que bem pode considerar-se um teorema importante de Trigonometria esférica.

Dados os três lados de um triângulo esférico e determinar um dos seus ângulos, foi um problema importante que ocupou os matemáticos. Dele nos deram solução Albaténio e Regiomontano (no seu *De Triangulis*). Pois bem, tomando por caminhos que, no fundo, são equivalentes aos de uma regra usada actualmente, apenas com a diferença de determinar o ângulo-horário por meio do *seno verso* em vez de utilizar o *co-seno*, Pedro Nunes, no *De Crepusculis* (1542), e a propósito do problema astronómico que tem o objectivo de determinar o ângulo horário do Sol quando são conhecidas a declinação do astro e a latitude do lugar de observação, Nunes, dizíamos, consegue chegar a uma solução de valor didáctico superior à daqueles seus antecessores.

E a propósito das funções circulares seno, coseno e tangente, é de noticiar o seguinte: é no *De Crepusculis* (1542) que entre nós aparece pela primeira vez o emprego da função *sinus recti et versi*, enquanto no *Da Sphera* (1537) Nunes apenas fez uso do *seno recto* ³¹. Naquele Tratado serve-se de duas funções circulares: o seno recto e o seno verso; mas é curioso assinalar que usa o *coseno* sem lhe dar este nome e nunca usa a

tangente. Pode pois perguntar-se: ser-lhe-ia desconhecida a tangente? Custa a admitir essa hipótese, pois que Pedro Nunes estava em dia com os trabalhos de Regiomontano e de Albaténio. Foi este cientista que substituiu as cordas pelos senos, trazendo assim para o Ocidente a descoberta de Aryabhata e criando, além do seno, o fundamento da noção de tangente trigonométrica. Chegou mesmo a determinar comprimento da sombra de uma vara vertical para várias alturas do Sol, para construir a primeira tábua de cotangentes. Mais tarde, Abul-Vefa imaginou a tangente como uma função independente, criação que não teve aplicações concretas e por isso ficou esquecida durante tempos. Mas mais tarde, com séculos de permissão, é Regiomontano que (re)descobre e elabora uma tábua atinente.

Mas voltemos à posição de Pedro Nunes. Para estabelecer as suas fórmulas, poderia ter adoptado a tangente, calculando-a pela relação quociente do seno do ângulo sobre o seno do complemento desse ângulo; mas se assim procedesse, os cálculos seriam sensivelmente os mesmos e a tangente apareceria apenas na dedução das fórmulas intervenientes. E quanto ao coseno? Em Nunes aparece, como se disse, no *De Crepusculis* e também a propósito do seu «instrumento de sombras», mas como «seno de complemento», ou envolto na expressão «seno verso». Quase nunca se esquece, porém, quando determina o valor de um arco que foi dado pelo seu seno, de acrescentar: «e o arco é conhecido pela tábua dos senos.»

O geómetra português resolveu também o caso do triângulo esférico quando são dados dois lados, o ângulo oposto a um deles, e se deseja determinar o valor do

terceiro lado — problema relacionado com a questão astronómica da determinação das latitudes por meio da observação do azimute e altura do Sol, aqui referido a propósito do contributo dado por Nunes na doutrina da declinação magnética. Para este problema o cosmógrafo obteve duas soluções gráficas desenhadas sobre um globo (ou «poma»), tendo aí seguido na pegada de F. Faleiro.

O problema em apreço conduz, normalmente, ao chamado *caso duvidoso*, visto que podem surgir ao calculador duas possíveis soluções teóricas, que é preciso «discutir» em face da questão prática concreta em apreço. Ora Pedro Nunes no *Tratado em defensam da carta de marear* e depois no *De arte atque ratione navigandi*, dá-nos conta da sua discussão exaustiva sobre a escolha da solução conveniente. Nessa análise o nosso geómetra foi mais longe que Regiomontano, Menelau, Ziegler, Apiano, até mesmo que Copérnico, visto que, entre duas soluções, opta pela que mais convém à situação náutica, enquanto os seus pares (Regiomontano, por exemplo) rejeitam as duas soluções e substituem o problema por outro que de comum com o de origem só tem a afinidade de ter dois lados comuns. Nunes analisou minuciosamente o *caso duvidoso* e para ele propõe soluções para casos concretos de astronomia náutica, que indicamos: (1) determinação da hora, quando são conhecidos o azimute do Sol, a sua altura e a sua declinação; (2) cálculo da hora, quando se conhecem os valores do azimute e a latitude do lugar de observação; (3) determinação do zénite azimute do Sol, conhecidas a hora, a altura do Sol e a sua declinação (problema já resolvido por Regiomontano mas agora de modo mais expedito); (4) cálculo da latitude de um

lugar, a partir do Sol, da sua altura e declinação. Além disto, e a partir das soluções encontradas para o 2.º e para o 4.º destes problemas, Nunes deduziu dois corolários importantes: 1.º) Num dado dia do ano, se o Zénite do lugar de observação do Sol e o astro se encontram em hemisférios diferentes em relação ao Equador, e se a altura do Sol é igual ao valor da sua declinação nesse tal dia, então, duas vezes nesse mesmo dia, são iguais o azimute solar e o ângulo horário; 2.º) Em cada dia de Verão, o azimute solar e a altura do Sol tomam duas vezes o mesmo valor em cada dois lugares no hemisfério norte; e o mesmo sucede no hemisfério sul.

«Com Pedro Nunes a Trigonometria esférica subiu alto e só subiu mais quando, no século XVII, Viète lhe aplicou o cálculo algébrico» — diz Gomes Teixeira, e diz bem.

Especial e expressamente dedicado à Geometria, o *De erratis Orontii Finei* é uma obra que não procura responder a qualquer chamamento imediato reclamado de questões práticas; tratava-se antes de uma crítica cerrada aos escritos do professor do Colégio de França, Orôncio Fineu, que julgara ter alcançado a honra e a celebridade na resolução de três famosos problemas de Geometria elementar: a trissecção do ângulo, a duplicação do cubo e a quadratura do círculo, por meio de régua e compasso — questões que, tendo já ocupado muitos sábios géometras da Grécia, haviam sido metidas na gaveta por ser encarada como muito provável a impossibilidade da sua solução por meio da régua e do compasso. Ora Pedro Nunes não só pôs a nu os erros em que caíra Orôncio como aniquilou todo o trabalho,

com firmeza, sem maneirismos diplomáticos. Nos seus escritos, Fineu procurou também resolver algumas questões de Astronomia que o geómetra português mostrou com evidência serem tão infelizes como as primeiras. Depois, em edição posterior, o professor parisiense voltou com «novas quimeras» ao dar à estampa a mesma matéria, rebuçada em outros envoltórios, mas cujas soluções renascentes eram falaciosas como as primeiras, mas desta vez denunciadas por um matemático seu compatriota.

Os célebres problemas, ora aqui em apreço, fizeram correr rios de tinta. É que de permeio existiam dificuldades subtis que só foram desfeitas e esclarecidas com a edificação racional da Geometria Analítica (século XVII) com Descartes e Fermat e, definitivamente, com os trabalhos dos algebristas Abel e Galois (princípios do século XIX), os quais revelaram que a geometria elementar era impotente para demonstrar proposições como as seguintes:

— Não pode haver combinação de rectas e de círculos em número finito qualquer, que dê (por determinações sucessivas de pontos de intersecção) um ponto final resultante que divida em três partes iguais o arco de círculo que mede um ângulo dado;

— Não é possível desenhar (com régua e compasso) um segmento de recta que seja lado de um cubo de volume dado;

— É impossível achar o lado de um quadrado cuja área seja igual à de um círculo de raio dado.

Em suma, só muito mais tarde a Análise matemática soube converter o problema da «trisseção do ângulo e da «duplicação do cubo» na resolução de equações do 3.º grau; e numa equação transcendente o da

«quadratura do círculo». Só com os algebristas Abel e Galois foi possível resolver os dois primeiros; e só com Wantzel ficou demonstrada a impossibilidade de os resolver por meio de régua e compasso. O caso da «quadratura do círculo» foi, dos três, o mais resistente e o último a ser deslindado, porque nele estava inserido o complicado número π , muitíssimo mais velho do que Cristo embora, esperando que os matemáticos Lindman (alemão) e Hermite (francês) demonstrassem que π é um número transcendente, que não pode ser raiz de uma equação algébrica; ou, por outras palavras, que a resolução da quadratura do círculo depende, enfim, da resolubilidade de uma equação transcendente.

A ocasião não comporta mais divagações científicas deste teor; entendemos, porém, ser oportuno referir as que acima ficaram, ainda que pela rama, apenas para sublinhar o alcance da visão científica de Pedro Nunes, que soube com clareza precoce aperceber-se da impossibilidade da resolução dos famosos problemas por métodos geométricos elementares e talvez prever até que algo de «transcendente» aí estaria infiltrado.

A sensibilidade científica do geómetra português é ainda mais apurada e com ela subiu a alturas nunca até então atingidas no *De Crepusculis*, talvez a sua obra mais bela e mais original. Como o título indica, trata do problema dos crepúsculos; e não só, como se verá. Pela sua dificuldade — basta ter em conta os nomes dos geómetras insígnies que dele se ocuparam — o fenómeno dos crepúsculos da manhã e da tarde pode bem entrar na galeria dos problemas célebres da Matemática. Foi resolvido em termos científicos precisos pela primeira vez por Pedro Nunes.

Como se sabe, o fenómeno é devido à reflexão da luz solar através dos vapores e das poeiras suspensas no ar, e à altura a que sobem aqueles vapores e poeiras. Já Alhazen, matemático árabe, havia observado, em trabalho que foi vertido para latim por Gerardo Cremona, que para a duração do crepúsculo existe um valor meio que é sensivelmente igual ao tempo que o Sol leva a descer (ou a subir) até 18° abaixo do horizonte, seja na aurora, seja no crepúsculo vespertino.

No caso das *alturas dos vapores*, Nunes recorre aos valores dados por Ptolomeu e Albaténio para o raio e distância do Sol — valores que andam por «vigésimos» nas vizinhanças dos verdadeiros valores. Mas vejamos em resumo os passos mais significativos do tratamento dado pelo geómetra português. A solução global foi encontrada através da solução de três problemas parciais sucessivamente encadeados assim:

1.º) Determinou a duração dos crepúsculos para um dado lugar da Terra e uma dada posição do Sol — objectivo essencial;

2.º) Estudou a variação da duração do crepúsculo em função da latitude do lugar e da declinação do Sol;

3.º) Achou a maneira de determinar o dia do crepúsculo mínimo para um dado lugar da Terra e a duração desse mesmo crepúsculo.

Primeiramente propôs-se determinar a duração do dia e da noite, questão complexa que envolve a transformação (directa e inversa) de coordenadas referidas à Eclíptica, além da determinação do tempo pela observação da altura e azimute solar e das estrelas, visto que, como se sabe, a duração variável dos dias num mesmo lugar, ao longo do ano, é explicada pela combinação do movimento anual do Sol sobre a

Eclíptica com o movimento diurno aparente da esfera Celeste; e por aí se explicam também as modificações do fenómeno crepuscular quando se consideram dois lugares de latitudes diferentes. Nunes adoptou como metodologia de trabalho a consideração de *seis casos* distintos, explicados com seis figuras diferentes, para tratar o problema da transformação de coordenadas referidos à Eclíptica, assim como na operação inversa. E assim, recorrendo a processos gráficos de geometria pura, tão a seu gosto, conseguiu chegar à solução da determinação da duração aurora e do crepúsculo vespertino para um dado lugar da Terra e uma dada posição do Sol. Depois demonstrou a variabilidade da duração crepuscular, isto é: o crepúsculo aumenta com a declinação e diminui quando a latitude cresce; num dado lugar, para declinações iguais correspondem crepúsculos iguais. Finalmente chega ao ponto alto e mais delicado de toda a questão: determinar o dia do crepúsculo mínimo para um dado lugar da Terra e calcular também o valor desse mínimo, que «no horizonte de Lisboa (se dá) a 25 de Fevereiro, no nosso tempo, como mostrou um cálculo muito exacto» — assim diz. Mas o seu espírito especulativo não se satisfaz apenas com a beleza sua architectura científica; entendia que *saber é fazer bem*. Colocou-se na posição do homem prático. Chega a um processo que permite «medir» directamente a duração dos crepúsculos por meio da variação do ângulo horário de uma estrela, cuja altura se determina e cuja declinação se busca em tabelas — ideia admirável que consiste na resolução de um triângulo esférico em que são dados três lados (colatitude do lugar, declinação da estrela e a sua altura) e se pretende o valor de um ângulo (o ângulo horário). Foi com esta concepção, admirável para a

época, que Nunes mediu a duração dos crepúsculos em Lisboa, na tarde daquele dia 1 de Outubro do ano da Salvação de 1541; tarde que ele descreve poeticamente no *De Crepusculis*, na Proposição XV, acabando por determinar o crepúsculo: igual a $20^{\circ} 36'$, o que corresponde a 1 h 22 m 4 s.

Aqui chegados, poder-se-ia afirmar que, no fundo, Pedro Nunes demonstra dois factos fundamentais no *De Crepusculis*: 1) A depressão do Sol no extremo do crepúsculo não é uma constante; 2) os crepúsculos não variam como variam os dias.

Mais tarde, o tema dos crepúsculos foi retomado por outros matemáticos famosos, mas então já equipados de ensinamentos mais aptos oferecidos pela Análise matemática: os irmãos João e Jacob Bernoulli (1667-1748), Monge (1746-1818), D'Alembert (1716-1783), L'Hôpital (1661-1704) são exemplos bem significativos. João Bernoulli, no tomo I da sua *Opera omnia*, diz a propósito: «Resolvi o problema de determinar geometricamente o dia do crepúsculo mínimo, o que nos ocupou, a meu irmão e a mim, mais de cinco anos sem chegarmos ao fim da questão. Este problema é tanto mais curioso quanto mais o resolvo pelo meu método de máximos e mínimos, que é todavia um dos mais rápidos, em cálculos prolixos e embaraçosos, mas que, enfim, acaba por ser reduzido a uma pequena equação quadrática que se transforma nesta simples proporção geométrica:

$$\text{sen } D = \text{sen } \lambda \cdot \text{tg } \frac{H}{2} \text{.}.$$

João Bernoulli representa por D a declinação, por λ a latitude; equação que permite obter, para um dado lugar e dia determinado, o valor H do crepúsculo mínimo, conhecido que seja previamente, dado por tabelas, o valor da declinação D .

Seguindo um hábito corrente da época, Nunes, no *De Crepusculis*, admite a distinção dos dias em *naturais* e *artificiais*; das horas em *iguais* e *desiguais*. Depois de várias explicações sobre a desigualdade dos dias *artificiais* («mora solis supra horizontem»), fundamenta a divisão do dia *natural* («de meio a meio dia» ou «do nascimêto do Sol até outra vez tornar a nascer») em 24 horas. Para si são horas *desiguais* ou *temporais* aquelas que resultam da divisão do dia *artificial* em doze partes; e dentro de cada *dia artificial* as horas eram iguais pela divisão do arco diurno do Sol; mas como este arco varia de dia para dia, as horas resultavam desiguais na sucessão dos dias, e daí a razão da sua designação. É a propósito destes conceitos que Nunes nos escreve «de como nacen e se poem os signos: segundo os Astrologos:... pois a equinocial faz sua volta em.24.horas e anda iguالمême: ã cada hora sobirão dela. 15.graos: e mesmo he dizer este arco do zodiaco sobe em hũa hora e a ascensan deste arco he quinze graos porq̃ tudo se refere a equacional».

Uma pergunta poderá formular-se: que factos o teriam incentivado na decisão de escrever o *De Crepusculis* e a que fontes científicas teria ido buscar inspiração? É o próprio Pedro Nunes que responde: «Na presença do vosso irmão o infante D. Henrique... ocorreu há pouco.... falar-se de crespúsculos» — diz, dirigindo-se ao Rei D. João III, a quem dedica o livro. E, mais à frente no mesmo prefácio: «Nos últimos dias (o Infante D. Henrique) teve a curiosidade de saber a

extensão dos crepúsculos nos diferentes climas». Parece pois claro que nas dúvidas postas pelo Infante a Pedro Nunes esteve uma origem do *De Crepusculis*.

Como já foi referido, Nunes bebeu ciência nos trabalhos do matemático árabe Allacen — ou Alhazen, de nome completo AbuAliAl Hasen Ben Al Hosain Ben Al Haitam —, nascido em 965 em Bassorá, falecido no Cairo em 1038 (?); são da sua autoria mais de cem escritos de Geometria, Física, Medicina, Filosofia, Astronomia e, entre eles, conta-se um pequeno trabalho sobre *refracção atmosférica*, difundido sob o título *Crepúsculos*, que foi traduzido por Gerardo de Cremona (1114-1187) com a designação de *Liber de Crepusculis tractatus I*. Esta tradução foi depurada científica e literariamente por Pedro Nunes, como ele próprio conta: «Acrescentei (ao seu De Crepusculis) um opúsculo de Allacen árabe mui antigo, trasladado para latim por Gerardo de Cremona... tão deturpado, porém, e tão eivado de erros o encontrei, que tive mais trabalho em corrigir o alheio códice que em compor novamente o meu escrito.»

O conhecimento do escrito de Allacen chegou-lhe ainda através de outras vias, como sejam: o *De motu stellarum* de Albaténio; a *Oratio* de Regiomontano, proferida em Pádua, em 1464, como introdução às lições que ali proferiu sobre os *Rudimenta astronomica de Afragano* (lições que Nunes cita no seu *Libro de Algébra*). Ora Regiomontano, em Viena de Áustria, foi aluno de Jorge Purbáquio, que se deu à paciência de copiar o *De Crepusculis* de Allacen, cópia a que Nunes se refere no *Libro de Algebra*, dizendo que «... los cuales libros de Iordano yo tengo escriptos de mano y fueront trasladados de la libreria de San Victor de Paris». Além

disso, é muito provável que Nunes tivesse encontrado os escritos de Allacen na Biblioteca da Universidade de Alcalá de Henares, onde abundavam livros arábicos e respectivas traduções latinas, e a que faz referências no seu *De arte atque ratione navigandi*. De mais a mais, Gerardo de Cremona, tradutor de Allacen, viveu em Toledo, aqui faleceu em 1187, e em Toledo viveu também Allacen e naquela cidade escreveu o seu trabalho sobre Crepúsculos.

Mas o *De Crepusculis* de Nunes, no seu conjunto, é bem superior, ao de Allacen. O geómetra português consegue legar-nos um tratado da Esfera, não da Esfera descritiva, mas, sim, da Esfera matemática. Com efeito, o problema dos crepúsculos ocupa-lhe parte pequena, sendo a parte maior dedicada a resolver outros problemas, como são, por exemplo, os de transformação de coordenadas; e de tal modo renascem aí as fórmulas trigonométricas que, se lhes fosse aplicado o simbolismo matemático hodierno e se actualizados fossem também certos termos, designações e expressões linguísticas, o *De Crepusculis* de Nunes poderia transformar-se num livro moderno de Astronomia Esférica ³².

Duas palavras ainda sobre o *De Crepusculis*, obra que no século XVI teve três edições e o aplauso dos sábios, à frente dos quais Tycho-Brahe. Cristóvão Clávio — o Euclides da Companhia de Jesus, falecido em 1612 — resumiu o *De Crepusculis* e universalizou-o em vinte e quatro proposições de feição científica e didáctica. Stockler, no seu *Ensaio histórico sobre a origem e progressos das matemáticas em Portugal*, publicado em Paris no ano de 1819, diz: «O *De Crepusculis* é uma criação digna por certo de eterna memória» e, de entre todos os escritos

de Pedro Nunes, é «o que mais honra faz à sagacidade do seu espírito». Manuel Peres comenta: «o *De Crepusculis* é a sua obra prima, pela originalidade, pelo eco que teve, a influência que exerceu. Só por si justifica a glorificação astronómica que a Pedro Nunes foi dada, atribuindo o seu nome a uma das crateras da Lua». Humanista, Bispo de Miranda e de Leiria, professor no Colégio de Santa Bárbara, em Paris (1537), também mestre de humanidades na Corte de D. João III e de D. Sebastião, António Pinheiro de nome dedicou ao *De Crepusculis* um poema que termina assim:

«Tudo isto, ó leitor, inquiriu Pedro Nunes
Com arte e te ensinou com seu hercúleo esforço
Ergue o ânimo e deixa os anseios terrenos,
Que este livro não grande encerra grandes coisas.»

Pedro Nunes revela a sua intuição geométrica em outros variados passos das suas obras. Descobriu um fenómeno interessante e tão curioso o achou que, diz: «... parece coisa de admiração». A ele se refere no *Tratado em defensam da carta de marear*. «... nas regiões que estão entre o círculo de Cancro e o norte seria isto (a retrogradação da sombra) impossível, salvo por potência divina, como se lê no segundo livro dos reis (na Bíblia) que tornou a sombra atrás dez graus em sinal de saúde de Ezechias».

Procuremos explicar: Nunes chegou à conclusão de que o movimento da sombra de um estilete vertical muda duas vezes de sentido no mesmo dia, quando o lugar de observação está situado entre o Equador e o trópico de Câncer, e o Sol está ao norte do Zénite desse lugar. E o mesmo fenómeno é observável em circunstâncias semelhantes no hemisfério sul. Mas,

segundo parece, e isso é que é deveras curioso, Nunes descobriu o fenómeno que «parece coisa de admiração» a partir da consideração de um triângulo esférico constituído pelo meridiano do lugar, pelo círculo vertical e pelo meridiano do Sol. Ora a resolução geométrica de um tal triângulo (quando sejam conhecidos o rumo do Sol, a sua declinação e a latitude do lugar) conduz o geómetra ao chamado *caso duvidoso*, visto que dele se podem deduzir dois valores para o ângulo horário, valores referentes a cada rumo solar. Nunes, ao discutir as duas soluções, procurou interpretá-las, e diz que «... o rumo do Sol, na sua variação desde o nascer do astro até ao meio dia muda de valor e torna a retomá-lo; e de tarde repete-se o mesmo facto; e, como consequência disto, a sombra do estilete mencionado começa pela manhã a avançar e depois retrograda até tomar ao meio dia uma posição próxima da que tinha pela manhã e depois repete-se o fenómeno até ao pôr-do-Sol».

Embora não esculpida em profundidade e pormenor, a estatura do geómetra fica já suficientemente esboçada. Digamos ainda, para fechar: através dos seus escritos ainda podíamos sublinhar o seguinte: Nunes foi um precursor daquilo a que hoje chamamos *Teoria das funções reais da variável real*. De facto, em variadas situações a sua reflexão fica fixada na variação de uma quantidade que de outra depende.

Logo no início da sua carreira docente e de Cosmógrafo do Reino tratou da questão da relação funcional a propósito dos Climats, inserta como «Nota» ao seu *Da Sphera*, e, depois, no *De arte atque ratione navigandi*. No tema do crepúsculo mínimo é bem eloquente a sua notável visão no modo como resente a

questão dos máximos e mínimos de funções reais, tratada mais tarde por João Bernoulli, mas agora com outro equipamento científico. Não será exagero dizer que Nunes foi dos primeiros matemáticos a estudar, por métodos geométricos especiais, questões de máximos e mínimos, antes da descoberta do cálculo diferencial. É mesmo de crer que, se não tivesse tratado as questões algébricas revestidas nas roupagens da geometria — herança que recebera por influência helénica — teria bem podido ser um dos pioneiros do Cálculo diferencial, Cálculo que ele esboça em algumas passagens do seu *Libro de Algebra*. Quando, em estudos de Cosmologia, trata do arco máximo de epiciclo compreendido entre o auge médio e o auge verdadeiro no movimento da Lua, também aí Nunes volta a considerar uma situação de máximos e mínimos, mas sempre por via geométrica e não algébrica.

O cosmólogo-filósofo

Se nos metermos por considerações atinentes ao que deve entender-se por *cultura* e sobre o que a distingue da erudição, seria fácil encontrar bons matemáticos, cultos mas sem erudição, que na vida apenas sabem tratar da sua vinha específica e não de outras; do cálculo para a lógica, desta para aquela, cavando, cavando sempre em galerias, isoladas como gavetas herméticas, ao longo de minas cada vez mais fundas, perdendo as regalias daquela luz natural que permite abarcar horizontes amplos. É este o tipo de operário especializado, metodicamente exclusivista. Outros matemáticos existem, porém, que, não descurando a sua cultura

específica oficializada, em nada inferiores aos primeiros, sabem no entanto integrar com maleabilidade a cultura matemática em outras searas do saber e nestas encontram oportunos incentivos para o desenvolvimento vertical da *sua ciência* ou, pelo menos, pugnam horizontalmente pela chamada interdisciplinaridade ao nível da pedagogia e da didáctica curricular. Este último tipo é culto e erudito e raro será não ter capacidade para filosofar.

Pedro Nunes foi um matemático culto e erudito — ou não fosse ele um exemplo típico da Renascença. Os seus escritos, sobretudo os de Cosmologia, mostram bem o perfil do matemático-filósofo, a sua vasta erudição, mormente quando descreve as concepções da Máquina do Mundo. Só por aí o poderíamos considerar um dos maiores herdeiros da cultura helénica e arábica sobre os mistérios do Orbe.

Hiparco e Apolónio haviam concebido teorias curiosas sobre o funcionamento do Mundo físico. Pegando nessas teorias, Ptolomeu desenvolveu-as e arquitectou um sistema, puramente geométrico mas de forma física, sem alterar a sua essência matemática; substituiu os círculos de Hiparco e de Apolónio por esferas, algumas das quais eram excêntricas e outras concêntricas com a Terra. Admitiu ainda Ptolomeu que essas esferas se repartiam em dois universos: o *Orbe das Estrelas* e o *Orbe motor*, este exterior em relação ao primeiro. O movimento de rotação diurno do Orbe das Estrelas, que dava origem ao movimento de precessão dos equinócios, era activado pelo Orbe motor, no qual não havia astros. Imaginando ainda que cada esfera tinha um movimento próprio, combinado com outro que era recebido de uma de duas esferas contíguas à

primeira, por forma que o movimento resultante fosse transmitido a uma outra esfera (a terceira), Ptolomeu foi mais longe: conseguiu determinar o raio de cada esfera, estudou os seus movimentos e deslocamentos, achando valores muito aproximados dos que foram obtidos depois por observações directas. A teoria ptolomaica foi, mais tarde, acrescentada e aperfeiçoada pelos cientistas da Escola de Toledo de Afonso X e pelo sábio alemão Purbáquio na sua obra *Theoriae novae planetarum*. Era a teoria geocêntrica, que esperaria pela heliocêntrica de Copérnico, em 1543.

Ora foi esta obra que Pedro Nunes enriqueceu em *Notas* publicadas no opúsculo, já aqui referido, por ele intitulado *In Theoricis Planetarum Georgii Purbachii Annotationes*; e fê-lo com a erudição e a maleabilidade peculiares de um filósofo distinto, nomeadamente no que se refere às doutrinas ptolomaicas dos movimentos do Sol, Lua e Planetas, cujas órbitas descritas eram representadas por epiciclos, assim como no que concerne ao chamado triplo movimento das referidas esferas ³³.

Gomes Teixeira considera que uma dessas «Notas» de Nunes, nota de cariz matemático sobre a teoria da Lua, merece lugar de distinção, pela dificuldade que encerra e pela finura das observações do matemático português: «Nessa teoria procurava-se o ponto em que é máximo, no movimento da Lua, o arco do epiciclo compreendido entre o apogeu médio e o apogeu verdadeiro, problema que se reduz à determinação do ponto da circunferência do qual se vê sob o ângulo máximo um dado segmento de um diâmetro também dado». Pedro Nunes resolveu esta delicada questão com engenho raro, por via geométrica, método das suas

preferências, recebido por influência helénica, como tem sido dito.

Pedro Nunes na física

Naquele tempo a Astronomia ou a Geografia atraíam e absorviam a grande maioria dos cientistas; e por aí é possível explicar que a bibliografia disponível sobre matéria exclusiva de Física não fosse mais abundante. *A Estática dos Corpos Sólidos e dos Fluidos*, de Arquimedes, o *Tratado de Física*, de Aristóteles, o livro *Origem das coisas*, de Santo Isidoro, devem ter sido os trabalhos mais compulsados por Nunes. É também preciso salientar que os escritos sobre Física, dessas épocas, misturavam conceitos subtis de Filosofia com paradoxos engenhosos, emaranhados entre hipóteses metafísicas em geral extremistas. À falta de meio termo nas posições tomadas pelos pensadores na arquitectura das suas teorias e doutrinas associava-se a ausência de três parâmetros fundamentais na estruturação de uma física-ciência: a não intervenção da matemática, a falta de *observação* e de um *método* de cariz *experimental* — parâmetros que eram substituídos por hipóteses transcendentais propostas com o carácter de «postulados. Por outro lado ainda, a matemática não era chamada na quantificação dos fenómenos e suas leis, as quais eram relacionadas apenas *qualitativamente*.

Apesar de tudo na parte final do *De arte atque ratione navigandi* encontramos um capítulo dedicado por Pedro Nunes ao movimento dos barcos a remos, estudo que lhe fora sugerido em conversas com os discípulos quando lhes ensinava Mecânica. Teria notado — diz

Nunes — que tal doutrina era exposta por Aristóteles de modo obscuro e defeituoso; por isso procurou então esclarecê-la e corrigi-la segundo a sua visão pessoal. O procedimento científico de Nunes pode aí caracterizar-se segundo critérios de uma física-geométrica (ou de física do movimento) e não conforme com princípios conducentes a uma mecânica moderna, visto que a sua maneira de encarar o problema «pretende comparar em diversas circunstâncias o deslocamento ou o movimento dos remos»; e, além disso, Nunes desejou determinar o espaço percorrido pelo barco (impelido pelos remos) em função da variável tempo ³⁴.

Em certos contextos do seu *De Crepusculis* poder-se-á verificar que, de facto, Nunes estudou a *Mecânica* de Aristóteles (obra cuja paternidade tem sido aliás contestada), onde são expostos alguns princípios fundamentais da Estática e da composição de movimentos, a propósito da balança, dos remos, da roldana, dos carros, das máquinas simples, dos projecteis, etc. Deve ter sido nesse trabalho que Nunes se inspirou para elaborar um opúsculo intitulado *In problema mechanicum Aristotelis de motu nauigii ex remis Annotatis una*. Também no seu *Libro de Algebra* Nunes aborda, ainda que ao de leve, o conceito de centro de gravidade — «centro del peso», como lhe chama — para tentar clarificar as ideias expostas por Arquimedes no *Tratado de Estática*, que, na sua opinião, lhe parece confuso.

O algebrista

Em múltiplas passagens dos seus escritos, dispersos pelos seus trabalhos, poderemos encontrar a faceta do algebrista em Pedro Nunes. É, porém, no *Libro de Álgebra en Arithmetica y Geometria* que o seu talento nesse domínio está metodicamente patente.

Enlaçando a álgebra dos Helenos à dos Indianos, os Árabes haviam construído uma álgebra numérica revestida em formas geométricas, e com esta textura chegou a Portugal — directamente através da Espanha e indirectamente via Itália, onde pontificava Leonardo de Pisa, grande obreiro da álgebra criada nas escolas do Oriente. Desta álgebra heleno-árabe recebeu Nunes conhecimentos que influenciaram o seu *Libro de Álgebra en Arithmetica y Geometria*, que, como o título indica e teremos ocasião de justificar, se trata de uma álgebra estruturada segundo a concepção árabe. Isto é: geométrica nas demonstrações, numérica na prática, com predomínio da influência grega, que se traduz, em particular, na rejeição dos números negativos, então ainda não incorporados numa doutrina racional (hipotético-dedutiva). Noutros termos: a obra de Nunes é fundamentalmente de concepção árabe. A forma é numérica (tradição indiana) mas, por falta de um conceito aritmético de número irracional, os fundamentos teóricos são geométricos (tradição grega).

A *Summa de Arithmetica*, de Frei Lucas de Burgos; a *Pratica Arithmetica*, de Cardano; a *Algebra* de Tartaglia; os *Tratados de Arithmetica* de Ciruelo, de Siliceo, de Frei João de Órtega, de Aurel, de AntichRocha, dos portugueses Gaspar Nicolas e Bento Fernandes — são algumas das obras que Nunes compulsou. O primeiro livro de

álgebra impresso foi o de Frei Lucas de Burgos, «mas — como dizia Nunes — tam obscuramente & tam sem metodo, que passa de sessenta anos que foy impresso & ainda oje em Espanha ha muy poucos que tenham notícia de Algebra». Se o matemático português buscava em Nuremberga as fontes preferidas para a Cosmografia e Astronomia, era na Itália que demandava os textos originários da ciência algébrica, talvez por desconhecer os algebristas alemães. É ele mesmo que, no Prefácio do seu *Libro de Algebra*, se confessa: «E ha porem em Italia algũs homens muy exercitados nesta arte, porque em todallas cidades ha Mestres salarizados de conta en Arithmetica & Geometria, & se da este partido por opposição». E depois, noutro passo, acrescenta: «... antes que entendiese en lo hacer imprimir (o Libro de Algebra) ... vino outra summa de Hieronymo Cardano, lacual compuso com emulacion de Frei Lucas porque hace un capitulo de sus Yerrores».

Por essa «summa» de Cardan, publicada em Nuremberga em 1545 sob o título «*Artis magnae sine de regulis algebraicis librr unus*», obteve Nunes notícia de outras fontes, da autoria de Mahamed Ben Musa, de Leonardo de Pisa, de Luca Pacciolo (ou Pacioli), de Scipião Ferro, de Tartaglia, de António Maria Florido, de Ludovico Ferrari. E, de facto, na elaboração do seu trabalho, foi Nunes muito influenciado pelo conteúdo da *Summa de Arithmetica Geometria Proportione et Proportionalita* de Luca Pacioli (1444-1514), obra que, além de ser uma novidade para a época, primava pela clareza e encadeamento lógico dos raciocínios e proposições, tendo sido publicada em Veneza, no ano de 1494, e reeditada em 1524, na «qual todos despues nos auemos aprouechado» ... «yo en este libro sempre

llo orden» — assim declara o algebrista português no Posfácio do seu *Libro de Algebra*. Sabe-se que Nunes consultou também um livro de Jordanus Nemorarius — figura difusa na história da ciência, mal conhecida (parece ter vivido no século XIII e que em 1222 era Geral dos Dominicanos). Esse livro, *Arithmetica* por título, fora publicado em Paris em 1496 e 1514, e por ele aprendiam os estudantes «artistas» da primeira «terça» do século XVI os rudimentos de aritmética, quer em Lisboa, quer em Paris, e mesmo em Salamanca. Foi o *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* a última obra que Nunes entregou aos prelos, trinta anos após ter sido composta, ... «porque fuy occupado em estudo de cousas muy diferentes, & de mera especulação», assim declara. Publicada com dois frontispícios diferentes por intermédio de um editor da Flandres, em Antuérpia (região em poder dos Castelhanos, nessa época), no ano de 1567, Pedro Nunes era então Cosmógrafo-mor e lente jubilado, havia 5 anos, da sua cátedra de matemática-e-astronomia da Universidade de Coimbra. O *Libro de Algebra* foi publicado em língua castelhana porque «he mais cõmun en toda a Espanha que a nossa» ... e «porq̃ nam careça della aquela nação tanto nossa vizinha, com a qual tanto cõmunicamos, & tanta amizade temos» — assim se justifica o Autor no Prefácio. Depois, também, porque o castelhano era língua sua conhecida, pelo menos de outiva, pois foi estudante em Salamanca (1522?, 1525?), e aqui casou com Senhora espanhola, criada e educada naquele idioma. De mais a mais o bilinguismo era corrente naquela época. Poderemos ainda conjecturar outras razões, não confessadas por Pedro Nunes, como seria a natural e humana ambição de ver o seu *Libro* difundido

urbi et orbi através do veículo de universalidade que o castelhano então usufruía. E a verdade é que, enquanto o seu conteúdo se manteve actualizado, o *Libro de Algebra* de Pedro Nunes foi desejado e estimado e cegou mesmo a ser traduzido. Sabe-se de duas traduções, como se disse, no idioma francês, por Guillaume Rascas e por Chateaufort; e uma latina, feita em Nuremberga por João Pretorius (?), mas que infelizmente ficaram inéditas; não granjeando a fama e a divulgação alcançadas pelo *De Crepusculis* e pelo *De arte atque ratione navigandi*, certo é, porém, que gozou da atenção dos eruditos e de prestígio junto de um público menos versado na matéria, que o seu Autor pretendia deliberadamente atingir e conquistar.

A primeira redacção do manuscrito de Nunes remonta a 1535-1536. Entre a composição definitiva e a sua publicação (1567) decorre, pois, um longo período de cerca de trinta anos durante o qual acontecia, lá longe, na Itália, que os matemáticos Nicolau Fontana — dito *Tartaglia* por gaguejar — e Cardano (Cardan) reflectiam maduramente, e com êxito, na resolubilidade algébrica da equação geral do 3.º grau. E Nunes sabia disso. É pois plausível admitir — e há elementos que o indiciam com forte probabilidade — que em Portugal Nunes matutasse no mesmo problema e, ao mesmo tempo, esperasse pelas conclusões dos seus pares italianos para as integrar no conteúdo do seu *Libro*, e assim as divulgar na Península. De facto assim veio a acontecer, no último capítulo do *Libro de Algebra*, onde comenta a regra de Tartaglia — vulgo conhecida por Regra de Cardan, por ter aparecido no Tratado *Ars Magna* de Cardan, tratado onde este matemático apresenta solução análoga para a equação do 4.º grau,

obtida pelo seu discípulo Ferrari, que conseguiu reduzir o problema em apreço ao da resolução da equação do 3.º grau mediante uma transformação algébrica simples.

Nunes chegou mesmo a soluções racionais através de exemplos que o próprio Tartaglia não encontrara; e Nunes publica ainda algumas equações com raiz racional que se não podem deduzir directamente da referida regra ³⁵. Não será ousadia nem leviandade nossa admitir que o algebrista português pretendesse, ele próprio, alcançar uma regra para a resolubilidade algébrica (por meio de radicais) das equações, porventura por analogia com a fórmula já então existente para as equações do 2.º grau — aliás, ideia esta que veio a absorver a reflexão de muitos matemáticos vindouros, como Abel, Ruffini, Galois e outros. Mas, como ficou dito, pouco depois de ter acabado o seu *Libro de Algebra*, e antes de imprimido, chegaram-lhe às mãos a *Ars Magna* de Cardan e as obras de Tartaglia, cuja regra (fórmula geral resolvente que fornece todas as raízes da equação geral do 3.º grau) Pedro Nunes analisa e a ela se refere nos termos seguintes: «Es esta Regla ... muy cierta para saber el valor de la cosa, quando cosas e cubo son yguales a numero ...». Entenda-se: Nunes encarava equações do tipo $ax + x^3 = b$, segundo a simbologia seguinte: Por exemplo, «3.co.ṗ.1.cu son yguales a. 10.» (três coisas mais um cubo são iguais a 10). Como se verá, adiante, Nunes representa a incógnita por co (cousa), a terceira potência de co por cu (cubo).

Acabadas que foram as grandes tarefas da Náutica que o ocupavam *full time*, aposentado da docência universitária, Pedro Nunes fica livre e todo disponível para se dedicar aos problemas da matemática dita pura.

Ei-lo, pois, a cuidar de novas edições revistas e ampliadas das suas obras e, em especial, a consagrar uma boa parte do seu tempo à publicação do *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* que, em prefácio datado em Lisboa no 1.º de Dezembro de 1564, dedica ao Cardeal Infante D. Henrique, a quem o respectivo manuscrito havia servido em lições que Nunes lhe dera na Corte (em 1564 era o Cardeal o Regente do Reino, de 1557 a 1568, lugar que exerceu durante a menoridade de D. Sebastião). É nesse Prefácio que o Autor declara: «De todos os livros que nas ciências matemáticas tenho composto, nenhum é de tanto proveito como este de Algebra... q̃ é conta fácil e breve para conhecer a quantidade ignota, em qualquer propósito de Arithmetica y Geometria, e em toda a outra arte que usa de conta e de medida, como são a Cosmografia, Astrologia, Architectura, e Mercantil». Podem, pois, entreler-se nas palavras de Nunes alguns dos objectivos que pretendia alcançar com um trabalho que ele estruturara sobre dois planos didácticos: o da divulgação de conhecimentos novos e o da simplificação de outras noções já correntes. Na verdade, Nunes deu à estampa um livro elementar onde o valor teórico dos conceitos algébricos é associado à sua utilidade prática, devendo, por isso, ser considerado, acima de tudo, um manual didáctico que, no seu próprio dizer, propicia «... quãto seja util para o uso dos homens esta arte que trata dos numeros & medidas ...».

Enquanto no *De Crepusculis* ou no *De erratis Orontio Finei*, por exemplo, Nunes é por excelência um especulativo puro, no *Libro de Algebra* a preocupação da teoria genuína cede bastante à feição prática que lhe imprime. Volta-se, pois, para as aplicações concretas da

LIBRO
DE ALGEBRA
EN ARITHMETICA
Y GEOMETRIA,

Compuesto por el Doctor Pedro Nu-
ñez, Cosmographo Mayor del Rey
de Portugal, y Cathedratico lubi-
lado en la Cathedra de Mathe- 7.747
maticas en la Vniuersidad
de Coymbra.



EN ANVERS.
En casa de los herederos d'Arnoldo
Birckman a la Gallina gorda.

1567.

CON PRIVILEGIO REAL.

Fig. n.º 10

álgebra, nomeadamente para os cálculos da vida comercial. Oiçamo-lo: «... Por aqui vera V.A. (Cardeal D. Henrique) quanta mais razão seria, que ouvesse esta doutrina nesta opulentíssima cidade de Lixboa, onde tanto negocio há desde o extremo oriente & occidente, & ilhas do mar Oceano, & onde el Rey nosso Señor tem corenta contadores de sua fazenda. Por esta causa vendo eu quâto seja util para ho uso dos homẽs esta arte que trata dos numeros & medidas ... pretendi nesta minha obra que sem preceder doutrina de sciẽcia especulativa ... a possam per si aprender & em pouco tempo, e facilmente, sem mais ajuda de mestre».

Não se julgue porém ser o *Libro de Algebra* um manual de regras avulsas, postas em fila, de imediato aplicáveis a problemas correntes e concretos da vida activa. Não. A estrutura da obra, como veremos, cumpre os preceitos da lógica. Nunes justifica os princípios e as leis operatórias, dá demonstrações novas que «mais sam para satisfazer aos que duvidarem as regras nam se cõtentando com as outras prouas ...». Todavia, a perfeição científica, se a compararmos com a das álgebras do período moderno, de Viète, de Descartes e de Newton, ficou condicionada pelos hábitos (tradicionais) dos matemáticos dos anos de Quinhentos, amarrados a métodos primitivos no recurso à Geometria (influência helénica) para demonstrarem as proposições. O livro de Nunes é o de uma álgebra ainda não autónoma, por isso ligada umbilicalmente à mãe-geometria. Nessa dependência material encontraremos a razão que justifica que Pedro Nunes não tivesse admitido a noção de número negativo como solução que se impunha para alguns dos problemas que tratou. Tais são, por exemplo, a

concepção do número *zero* (que ele pressentiu) e o facto curioso de admitir que a raiz quadrada de um número tem, em álgebra, dois valores de sinais contrários. Mas Nunes acaba por acrescentar que não sabia explicar o motivo disso ..., questão aliás, retomada com êxito apenas no século XVII, só ficando definitivamente límpida no século XIX.

Pressentiu a necessidade do zero, dissémos. De facto, em alguns passos das suas obras, nomeadamente na Proposição VI do *De Crepusculis* ele belisca essa noção. Nunes não dispunha ainda desse recurso que, juntamente com o dos sinais + e - permite uma generalização simplificadora do discurso matemático. Na falta dessa noção fundamental, ele desdobra (nas Proposições) as demonstrações para as diversas posições que as estrelas ocupam. De uma estrela situada no Equador diz que *ela não tem declinação* (hoje diríamos: tem declinação igual a zero). Na referida Proposição VI, tem Nunes uma demonstração em que se pode observar uma certa generalização que só é possível pela consideração do *zero*: a determinação do valor da declinação de uma estrela, deduzida da sua latitude e longitude, exige, como regra, o conhecimento do complemento da diferença de dois arcos; quando os dois arcos são iguais, não há diferença, e, portanto não há complemento, caso que escapa à Regra. É precisamente aqui que Nunes avança sobre o estádio da ciência da época, incluindo este caso de excepção na regra, que assim resulta geral, dizendo então que o arco de 90° que lhe aparece no lugar do complemento que lhe falta «pode chamar-se, de certo modo, complemento da diferença desses arcos iguais». Portanto, Nunes

admitia aí tácita e implicitamente a existência do número zero.

Cerca de 20 anos após a publicação do *Libro de Algebra* apareceu o genial trabalho de álgebra do francês Viète, *In artem analyticam isagoge*, que, trazendo a inovação do simbolismo literal, iniciava a autonomia e a generalização desse ramo da matemática, sobre o qual Viète dizia ter criado uma *logistica speciosa* (cálculo das espécies, isto é, de entes abstractos, que são variáveis numéricas) a par da *logistica numerosa* (que é o cálculo numérico ordinário). O livro de Nunes foi, por isso, uma obra de transição mas que não deixou de ser muito utilizado: em Bruges, por Simão Stevin, e por Adrien Romain; em França, por Elie Vinet que, depois do regresso de Portugal, o deu a conhecer ao colega Jacques Peletier, professor em Bordéus, e a Guillaume Gosselin, professor em Paris; na Itália, por Paolo Bonasoli; por Cristóvão Clávio, na Alemanha; na Inglaterra por João Wallis, lente em Oxford; em Portugal influencia as publicações refundidas das Arithmeticas de Gaspar Nicolas (*Pratica d'Arismetica*), de Bento Fernandes (*Arte d'arismetica*), de Álvaro Tomaz (*Liber triplíce motu*). Foi o *Libro de Algebra* de Pedro Nunes objecto de menções honrosas de parte de uns, analisado minuciosamente por banda de outros. Dele diz o P.^e Rosman, jesuíta Belga: «Viète teve precursores; Nunes foi um deles. Nenhum contemporâneo o excedeu em rigor. Só Maurolico o igualou na abstracção e generalidade do raciocínio, na elegância e feliz escolha do algoritmo»³⁶.

Entre a sua composição e a publicação decorreram cerca de 30 anos, como ficou dito: «Esta obra ha perto de XXX.anos que foy per my cõposta». O manuscrito

passou entretanto por muitas mãos, algumas das quais dele se serviram abusivamente. Esses plágios são denunciados pelo próprio Pedro Nunes quando, no prefácio, desabafa que «... antes que entendiesse en lo hacer imprimir, y auiendolo comunicado a muchos, que del sacaron lo que bem les parescio ...».

O *Libro de Algebra* está dividido em três partes principais. Na primeira, depois de referir o que, do seu ponto de vista, considera ser o objecto da álgebra, Nunes determina a «quantidade» desconhecida (incógnita) que figure numa igualdade; depois, trata das regras operatórias que permitem calcular o valor da incógnita, apenas em equações com coeficientes numéricos, em vez de considerar equações de coeficientes literais. À incógnita chama *cousa* — co —; à segunda potência incógnita *censo* — ce —; à terceira potência *cubo* — cu —; à quarta *censo do censo*; *cubo do censo*, e por aí fora. O termo independente das equações designa-o por *número* — nu; a adição por *plus* — $\tilde{p}$ —; a subtração por *minus* — $\tilde{m}$; as raízes por R maiúsculo; ao índice das raízes por *denominação*; etc., etc. Também usa de letras para designar números arbitrários, mas não se lhe encontra sinal individualizado para as igualdades nem para a multiplicação. Nunes, no fundo, segue a terminologia dos algebristas italianos seus contemporâneos. Ilustremos:

a) 12. cu. $\tilde{p}$. 18.ce. $\tilde{p}$.27.co. $\tilde{p}$.17, para representar:
 $12x^3+18x^2+27x+17$;

b) 110. $\tilde{p}$.2.co. $\tilde{m}$.3.ce. $\tilde{m}$.5.cu, para: $110 + 2x - 3x^2 - 5x^3$;

c) 2R.3, ou simplesmente $R\sqrt{3}$, para: $\sqrt{3}$;

- d) 3R. 2, para: $\sqrt[3]{2}$;
- e) 2R. 2 cu, para: $\sqrt{2x^3}$;
- f) L.R.2. p̃. 3. R. 5, para: $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$;
- g) R.V. 22. p̃. R.9, para: $\sqrt{22+\sqrt{9}}$

São estes alguns dos exemplos que poderiam ilustrar a chamada *fase sincopada* por que passou a álgebra e que precedeu a fase literal iniciada por Viète no seu *Isagoge*, como foi referido. E, aqui, encontra-se o cálculo literal simbólico já *quase* actualizado, sendo as quantidades conhecidas representadas por consoantes (B, C, D, etc.) e as incógnitas por vogais (A, E, I, etc.), para poder assim distinguir várias incógnitas numa mesma equação. Para exemplificar, damos um caso dado por Rouse Ball: $3BA^2 - DA + A^3 = Z$, em que A é a incógnita, e que se escreveria no sistema de Viète do modo seguinte: B 3 in a quad — D plano in A + A cubo aequatur Z solido.

Note-se, porém, que algumas das notações de Viète ainda estavam longe da simplicidade das actuais, sendo mesmo inferiores às dos seus antecessores, Stifel, Jordanus Nemorário, Nunes, além de outros. Foram Harriot (inglês) e Decartes que mais contribuíram para o aperfeiçoamento da álgebra simbólica.

Na obra de Nunes as equações do 1.º e 2.º graus, únicos casos nela considerados além de outros de grau superior a dois mas redutíveis às do 2.º grau, são tratadas segundo processos aritméticos; demonstra as regras de resolução, algumas das quais da sua autoria, radicando-se em princípios e artifícios herdados de Euclides, acabando por estudar também a transformação das equações (com denominadores ou

com radicais) na forma inteira, dita canónica; considera separadamente as igualdades que nós, hoje, escrevemos:

$$\begin{array}{llll} ax^2 = bx; & ax^2 = c; & bx = c; & x^2 + bx = \\ c; & x^2 = bx + c; & x^2 + c = bx, \end{array}$$

chamando às três últimas «conjugações compostas» para as contrapor às três primeiras a que chama «conjugações simples». É neste contexto, e no cálculo do valor de x , que nós sentimos o Sábio a intuir casos de impossibilidade e de indeterminação e a pressentir-lhe também a necessidade de ampliar o universo numérico em que se move, para (subjacentemente) o generalizar com o conceito de número relativo, ideias que, nessa época, começavam já a frutificar com os italianos, com os árabes, e, sobretudo, com os hindus, estes os verdadeiros pioneiros do conceito de número negativo. Apesar de tudo isso, o certo é que o algebrista português não chegou a dar o passo decisivo nesse sentido, como se lhe repugnasse aderir a essas novidades; e chega mesmo a insurgir-se contra a tendência ousada e teimosia dos autores que não aderiam à sua opção científica. Dizia Nunes: «... que (essas ideias) são pura contradição e mera vaidade, que nenhum espírito são pode entender as soluções negativas», soluções a que Nunes chama «absurdas» ou «surdas» (raiz *sorda* em castelhano) — e a que muitas vezes também chama «impossibilidades».

Quem, como Nunes, se colocava no terreno da álgebra munido de critérios aritméticos e por eles seguia inspirado no figurino helénico, segundo o qual o cálculo operatório era urdido sobre figuras geométricas; quem assim actuava, dizíamos, teria de ficar psicologicamente

condicionado na adesão intelectual a tais novidades «absurdas». Seja como for, o certo é que o *Libro de Algebra* oferece uma exposição clara e precisa, ilustrando as matérias com numerosas concretizações numéricas, e de tal modo que o leitor menos versado poderia (poderá, se quiser) encontrar proveito de aprendizagem. Veja-se por exemplo, o engenho didáctico de Nunes quando ensina a determinar dois números cuja razão é conhecida, sendo iguais a sua soma e o seu produto. Ou este: «Partamos. 10. en tales dos partes que los sus qudrados juntos hagan. 60.»³⁷; números que, em linguagem sincopada, designa por. co., e por .10. m̃. co; para, depois de efectuar os cálculos necessários, chegar à equação:

.40.ṗ.2.ce. sor yguales a .20. co,
cujas soluções apresenta sob a forma: .5.m̃.R.5; .5.ṗ.R.5.

Somente que R. 5. (ou seja, $\sqrt{5}$) é um *número irracional*, a que o matemático português chama *raiz surda* («La razon del nombre deve ser, porque se pude dar en linea y mostrar a la vista, pero no se puede oyr lo que representa, y por esso la llaman sorda»). Como é óbvio, um inconveniente desta simbologia noniana consistia em não ser praticável nos casos onde fosse necessário fazer intervir duas ou mais incógnitas. Quando isto acontece, Nunes designa uma das incógnitas por .co. e quanto às outras diz, por exemplo, o *segundo* (número), o *terceiro*, etc., alternando a linguagem sincopada com a linguagem corrente. (Os Indianos distinguíam as incógnitas atribuindo a cada incógnita uma *cor*, indicada em abreviatura).

Na segunda parte do *Libro de Algebra*, dividida em três capítulos, Pedro Nunes estuda as operações dos polinómios e das fracções algébricas (adição, subtracção, multiplicação e divisão), a cujas regras operatórias chama «algoritmo das dignidades». Os radicais aparecem no segundo capítulo; e como não podia deixar de ser, Nunes sente aí dificuldade quando precisa de dar significado matemático ao radical para o qual não encontra «raiz exacta» (o que não tem *denominação de raiz*, com diz) para reproduzir o respectivo radicando. Estava então à beira de um dos maiores abismos: o do «contínuo» do universo dos números reais. Como resolve essa vertigem? Fá-lo, e engenhosamente, por via geométrica e tece reflexões que deixam pressentir a noção delicada de dízima infinita, não distinguindo, porém, o caso das periódicas do das não-periódicas.

É na parte principal da terceira parte que retoma o objecto essencial do seu *Libro*: os métodos de resolução das equações — mas desta feita com maior desenvolvimento. E fá-lo deliberadamente. É que Nunes sacrifica por vezes a feição científica em benefício do ponto de vista pedagógico, «para que — dizia — demos algum gusto a los q̃ esta arte de Algebra por este nuestro libro quieren deprender ...». Ocupa-se então da resolução de cerca de cem problemas numéricos ou geométricos, não referentes a questões práticas da vida de trabalho. Alguns deles são traduzidos por equações do 1.º grau a duas e três incógnitas, que resolve por artifícios e processos engenhosos, com originalidade, chegando a certas soluções novas e diferentes das que haviam já sido propostas por Regiomontano, Frei Lucas de Burgos e Cardan.

No capítulo dos triângulos e dos quadriláteros cuida de cerca de setenta e sete problemas, deles fazendo algumas aplicações, entre elas, da Álgebra à Trigonometria. Aí se encontra *uma* demonstração do célebre e clássico Teorema de Hierão de Alexandria que permite achar a área S de um triângulo de que são conhecidos os valores das medidas dos três lados, a , b , e c , de perímetro $2p$, estabelecendo a fórmula $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. E fá-lo por via geométrica, por caminho muito longo mas logicamente impecável.

Uma pergunta: Para os matemáticos renascentistas, que sentido ou concepção teria a Álgebra? Vejamos: *Ars rei et census*, ou *ars cossica* ou ainda *regula cosae*, para os pragmáticos; *ars magna* ou *artium ars*, para os mais especulativos — assim era conhecida a Álgebra no tempo de Pedro Nunes. Donde vinha esta «Arte»?; Teria sido herdada do mestre Diofante (século III)?; o nome «álgebra» seria uma forma da transformação do vocábulo *Geber* — nome alatinado do matemático árabe *Abū Muḥammada Gābir b. Aflāh* (sec. XII), natural de Sevilha: de Gābir, *gabr* (ou *djebr*)? Eis aí interrogações e duas linhas de concepção dessa época, a última das quais foi muito defendida e divulgada pelo P.^e jesuíta Clávio.

Hoje, o caso parece estar assente e fixado nos termos seguintes: embora os estudos algébricos, nomeadamente a teoria das equações do 1.º e 2.º graus, apareçam já, sob a roupagem da geometria, nos *Elementos* de Euclides e nos trabalhos de Diofante, a etimologia da palavra «álgebra» encontra-se no título de uma obra do matemático árabe Al-Khowarizmi (ou Alkarizmi), aparecida na primeira metade do século IX. O título *Al-djabr W'al-mukabala*, é composto de dois nomes: o

primeiro, *al-djabr* (traduzido depois em latim por *restauratio*) é empregado ali para designar a operação que, na técnica corrente das equações algébricas, consiste em passar um termo de um membro para o outro com troca de sinal; o segundo, *al-mukabala* (em latim *oppositio*), refere-se à redução de termos semelhantes. Em suma, é de *al-djabr* que manifestamente derivou *álgebra*.

Ora em Pedro Nunes aparece, de facto, a opinião de que «álgebra» significa «restauratio», e à equação dá-lhe muitas vezes o significado de «oppositio». Além disso, em determinados contextos encontramos também o termo árabe *al-hatt*, para exprimir a operação que consiste na divisão dos dois membros de uma equação pelo mesmo número. Sedimentemos estas ideias através de um exemplo: a equação $12x^2 - 6x + 9 = 6x^2 + 18$, é logicamente equivalente às que sucessivamente se seguem:

$$\begin{array}{ll} 12x^2 + 9 = 6x^2 + 6x + 18 & \text{(por } al-djabr); \\ 4x^2 + 3 = 2x^2 + 2x + 6 & \text{(por } al-hatt); \\ 2x^2 = 2x + 3 & \text{(por } al-mukabala). \end{array}$$

Como Pedro Nunes não admitia o conceito de número negativo, havia que «restaurar» (*gabara*) a equação que não estivesse — como dizia — «em ordem» ou que fosse «incompleta», ou seja, toda a equação que, para Nunes, contivesse números negativos ou coeficientes fraccionários. Eis aí as técnicas operatórias mais correntes seguidas por Nunes na resolução das equações, cujas transformações, por equivalências lógicas, ele comparava, didacticamente, às da manipulação das balanças, assim apelando nos

aprendizes da álgebra um concreto didáctico tangível e saudável como base de partida de voos para planos de abstracções sucessivas.

Para aprofundar a doutrina de *Proporcionalidade* que Euclides expõe, nos livros V e VII dos *Elementos*, Nunes dedica largo espaço a essa mesma matéria, abrangendo (na proporcionalidade geral) grandezas comensuráveis e incommensuráveis, mas estas expressas por números racionais, claro; separa a proporcionalidade geométrica da numérica, atitude que o leva a afastar-se do figurino helénico e a imprimir na sua exposição pessoal maior clareza, percorrendo caminhos mais directos em direcção aos objectivos científicos previamente formulados. Ainda para tal, Nunes precede o seu estudo de definições e de princípios perfeitos na elaboração hipotético-dedutiva: axiomatiza a sua doutrina, fixando em termos precisos e concisos o que no seu entender é *Razão e Proporcionalidade*.

Os caboucos da sua construção racional repousam no conceito de razão de duas grandezas do «mesmo género» — homogéneas para si. «Homogeneidade», para Nunes, é a razão entre duas grandezas da mesma natureza; e diz: «A razão entre duas grandezas, que são do mesmo género, é um respeito recíproco de uma para a outra, enquanto uma é maior ou menor do que a outra, ou igual ...». As grandezas têm entre si razão quando a grandeza menor, tomada um certo número de vezes, pode vencer a grandeza maior. «*Proporcionalidade*» é a comparação que há entre duas quantidades da mesma natureza quando são comparadas na quantidade, sendo quantidades da mesma natureza quando a menor multiplicada pode exceder a outra ³⁸. Para o algebrista português, a existência de proporção entre duas

quantidades teria de obedecer a duas condições necessárias: (1) Que a maior das quantidades seja excedida pelo produto da menor por um número (o que equivale ao postulado de Arquimedes e que é uma interpretação da definição n.º 4 do V livro de Euclides); (2) Que a diferença das duas quantidades, sendo multiplicada, possa exceder a menor.

Eram estas duas condições o *quantum satis* para que duas quantidades possam ser consideradas da mesma natureza e em proporção, na concepção noniana. Registe-se, entretanto, que Nunes fala de um manuscrito seu, intitulado *Tratado da proporção do Livro V de Euclides*, que não nos foi possível encontrar. Estará perdido? Se tivesse sido publicado isoladamente seria o terceiro trabalho português sobre a teoria da proporcionalidade, visto que, em 1509, em Paris, Álvaro Tomaz deu à estampa o *Liber de triplici motu proportionibus annexis*; e em 1520, em Salamanca, Pedro Margalho publica o seu *Phisices Compendium*.

É na terceira parte (e última) do *Libro de Algebra*, à luz dos conceitos que vão expostos acima, que Nunes dedica largo espaço à teoria da Proporcionalidade, tendo o cuidado de separar os princípios científicos das grandezas infinitamente grandes das infinitamente pequenas. Depois de anotar que as «linhas infinitamente grandes não têm proporção com linhas finitas», em dado passo do contexto enlaça a sua teoria ao problema da tangente à circunferência — problema que ficou na História da Ciência conhecido por *ângulo de contingência*, de que, aliás, Euclides se ocupa no livro III dos seus *Elementos* e sobre o qual Nunes revelou, mais uma vez, o seu quilate de analista. Em torno do *ângulo de contingência* nasceu e progrediu uma questão, hoje clara para nós,

que deu origem a longas e numerosas intervenções críticas, algumas muito interessantes, desde Jordanus Numerário a Beneditti, passando por Galileu e Newton. O problema, envolvendo o conceito de zero, a noção clara de infinitésimo, de quantidade variável, etc., e embora tenha surgido no terreno da Geometria, no fundo, pode bem situar-se na Análise matemática.

Jordano Nemorário (sec. XIII) havia chamado *ângulo de contingência* ao ângulo formado pela tangente a uma circunferência e a circunferência; depois, passou a ser designado por ângulo de contacto (*angulus contactus*) por Cardano e Galileu. Parece que já Proclo Diadoco (412-85) hesitara em tomar esse ângulo como um verdadeiro ângulo, resultando daí que alguns dos seus sequazes tivessem considerado nulo o *ângulo de contingência* ³⁹. Quando Nunes se debruçou sobre a questão, já outros ângulos eram encarados — os ângulos que se formam no ponto de tangência: (a) o *ângulo interno* (ângulo do semicírculo), formado pela semicircunferência e pelo diâmetro; (b) o *ângulo externo* (o ângulo recto rectilíneo), formado pela tangente e pelo diâmetro. Mas, por outro lado, havia matemáticos que defendiam a tese de que o ângulo de dois círculos tangentes é divisível e, portanto, não é nulo, embora de natureza diferente da do ângulo rectilíneo. Campano era o grande paladino essa opinião; e daí que muitos outros lhe tivessem seguido na peugada.

Baseado numa das definições euclidianas de razão, Nunes mostra que a *ângulo de contacto* não pode formar razão com um ângulo finito e, por isso, não se poderia defender que se pudesse aplicar a doutrina da proporcionalidade. E com esta tese entra na cena científica. Retomaria ele as posições de Nemorário e de

Campano? Não é fácil responder; mas o certo é que Nunes formula dois quesitos fundamentais e coloca-os à laia de postulados: (1): o ângulo de contingência não é nulo; (2) o ângulo da contingência tem proporção com os dois ângulos (interno e externo), acima referidos. Depois, raciocina nos termos seguintes: — Se o ângulo de contingência é a diferença entre o ângulo rectilíneo e o ângulo do semicírculo, então entendia que «continha uma quantidade; por outro lado, partindo da *sua* própria noção de proporção, tira a consequência de que o ângulo de contingência não tem proporção com o ângulo do semicírculo nem com o ângulo rectorectilíneo «porque — diz — por mais que se multiplique não os pode exceder». Se Clávio defendeu a opinião do seu ex-mestre, já Jacques Peletier (professor de matemática em Bordéus, que mantinha relações epistolares com Nunes), em 1557 sustenta posição contrária, ou seja, de que o ângulo de contingência é nulo e que são iguais os ângulos do semicírculo e o rectilíneo.

Na divergência das opiniões encontrou Nunes motivo para repensar o assunto, acabando por chamar a terreiro os seus opositores; refuta a posição de Peletier com argumentos variados, alguns da sua própria lavra, outros socorrendo-se da autoridade de Euclides, em cujas proposições 1, X dos *Elementos* se fundamenta para deduzir a conclusão de que não é nulo o ângulo de contingência; mostra que a proposição 16, III de Euclides implica que o referido ângulo não é nulo; baseia-se no conceito de Arquimedes, no *De Sphaera et Cylindro*, de que o continente é maior do que o conteúdo, para reforçar a defesa da sua tese; radica-se ainda no conceito de *gravitas secundum situm*, de Jordanus Nemorário, para argumentar que a análise do ângulo de contingência se

pode associar à noção de componente do peso na direcção da trajectória descrita por um móvel, ou seja, que a *gravitas secundum situm* é tanto maior quanto mais o corpo se aproximar da vertical.

Baseando-se nos argumentos do geómetra português e na doutrina exposta por Euclides na referida proposição 16, III dos *Elementos*, veio depois e de novo Clávio com redobrado vigor a combater a opinião de Peletier e, conseqüentemente, a apoiar Nunes. Foi tal o vigor posto nesta polémica que os geómetras se dividiram; de um lado Clávio, ao lado de Nunes — que o ângulo não é nulo —, com Cardan, Candalle, Francisco Sanches, Beneditti e outros; do outro, com Peletier, para quem o ângulo é nulo, Viète, Galileu, Wallis. Tão grande foi o interesse suscitado em torno do problema, que génios como Leibniz e Newton não ficaram indiferentes, sendo por isso levados a examinar com finura os finos conceitos de infinito e de curvatura, como hoje são encarados. Martin Escobar, a propósito de tal polémica, que sem dúvida reforçou o prestígio do geómetra português nas academias científicas da época, diz: «Pedro Nunes tinha, ainda que de modo obscuro, a noção de curvatura, noção sobre que se apoia mais tarde Newton para resolver finalmente o problema ao descobrir as derivadas e introduzir a noção de direcção de uma tangente.»

NOTAS

¹ 1 moio = 60 alqueires; 1 alqueire = 13,8 litros.

² A. Fontoura da Costa, in *Pedro Nunes*, Agência Geral das Colónias, 1938.

³ A propósito das tradições da Astronomia e da Matemática nos usos da Medicina e das suas raízes profundas inseminadas na classe dos médicos regista o autor que o Prof. Egas Moniz, Prémio Nobel da Medicina, manifestava a cada passo o seu interesse pelas ciências matemáticas, tendo dele ouvido pessoalmente que essas ciências lhe faziam grande falta nas suas investigações.

⁴ *John Dee, The World of an Elizabethan Magus*, por Peter J. French, Ed. Routledge and Kegan Paul, London, 1972; obra e informação gentilmente facultadas ao autor pelo Dr. José Blanc de Portugal, a quem expressamos o nosso agradecimento.

⁵ Verificaram depois que as bússolas vinham afectadas de um erro igual ao desvio magnético do lugar onde eram construídas (normalmente em França ou Itália) e que esse erro dependia não só do local de construção mas também do instante de montagem.

⁶ De perto seguiremos Gomes Teixeira, in *Panegíricos e Conferências e História das Matemáticas em Portugal*.

⁷ A elaboração deste Capítulo, «O cosmógrafo», foi inspirada sobretudo nos trabalhos referidos do Prof. Gomes Teixeira e ainda nos seguintes: Diogo Pacheco de Amorim, in «Pedro Nunes, Subsídios para a sua biografia», separata da «Revista da Faculdade de Ciências», vol. IV, n.º 3, Coimbra, 1935; Édouard Callandreau, in *Célèbres Problèmes mathématiques*, Ed. Albin Michel, Paris, 1949; *Luís de Albuquerque*, in *Estudos de História*, vols. III e IV, por Ordem da Universidade de Coimbra, 1975 e 1976; *Ciência e Experiência nos Descobrimentos Portugueses*, Biblioteca Breve, Instituto de Cultura e

Língua Portuguesa; A. Fontoura da Costa, in *Pedro Nunes*, Divisão de Publicações e Biblioteca da Agência Geral das Colónias, 1938.

⁸ Gomes Teixeira, ops. citadas.

⁹ As medidas mais antigas usadas nas distâncias eram: o côvado, a isba, a lança, a légua: uma lança = 9° 32'; uma lança = 5 côvados; um côvado = 1° 54'; uma isba = 1° 36'. Sacrobosco, no seu *De Sphaera*, ensina um processo pelo qual se chega à conclusão de que 1 grau de meridiano é igual a 16 2/3 de léguas.

¹⁰ Luís de Albuquerque, ops, citadas.

¹¹ Gomes Teixeira, ops. citadas.

¹² «Declinação magnética», é o ângulo do eixo da agulha com a linha do meridiano geográfico. A agulha «noroesteia» se a sua extremidade Norte aponta para Nordeste do meridiano local; e «noroesteia» se se situa em Noroeste. Os pontos onde a declinação é nula dizem-se «agónicos» e o seu conjunto forma as linhas «agónicas». O cosmógrafo português João de Lisboa chamou, como se disse, «meridiano vero» à linha de declinação nula. Chama-se «inclinação magnética» ao ângulo formado pelo plano da agulha (nem sempre ela é horizontal) com o plano do horizonte. Estes dois ângulos — declinação e inclinação — são variáveis de lugar para lugar, chamando-se «seculares» as suas variações (Cf. Luís de Albuquerque, in ops. citadas).

¹³ Luís de Albuquerque, ops. citadas.

¹⁴ Seguimos de perto Luís de Albuquerque, in *Ciência e experiência nos Descobrimentos portugueses*, Bibl. Breve, Instituto de Cultura e Língua Portuguesa.

¹⁵ Carta onde cada lugar da Terra era dado pela intersecção da recta correspondente ao paralelo desse lugar com a recta representativa do seu rumo relativamente a uma origem, O, donde irradiavam as direcções dos raios da Rosa-dos-Ventos.

¹⁶ Vitorino Magalhães Godinho, in *Os Descobrimentos e a Economia Mundial*, Ed. Presença.

¹⁷ Em relação ao *quadrante* e a *balestilha*, foi o astrolábio que os portugueses usaram de preferência; mas tratava-se do «astrolábio náutico», que era uma versão simplificada do modelo original.

¹⁸ Luís de Albuquerque, in *Estudos de História*, vol. III, Universidade de Coimbra, 1975, pág. 106 e segs.

¹⁹ Deve entender-se: «ter respeito a deferença dos meridianos» é equivalente a «corrigir os valores tabelados para o meio-dia de um dado lugar, quando se operava noutro meridiano».

²⁰ Luís de Albuquerque, in *Estudos de História*, vol. III, pág. 228.

²¹ Não confundir este com o «instrumento jacente no plano», também da autoria de Nunes e a que D. João de Castro deu também o nome de «instrumentos de sombras». Este destinava-se a determinar alturas do Sol; aquele a determinar a declinação da agulha magnética por um processo que exigia o conhecimento da altura solar.

²² A ideia de João de Lisboa, inserta no seu *Tratado da Agulha de marear*, para estabelecer uma relação entre a declinação magnética e a longitude, pode encontrar-se nos magníficos trabalhos do Prof. Luís de Albuquerque, nomeadamente no vol. III dos *Estudos de História*.

²³ Seguimos, sobretudo, Luís de Albuquerque, ops. citadas.

²⁴ Amplitude «ortiva» de um astro é a distância do seu nascimento ao verdadeiro Leste; amplitude «occidua» a distância do seu poente ao verdadeiro Oeste.

²⁵ Esta «constante» relacionava-se com o facto seguinte: os fabricantes de agulhas (genoveses e franceses, em geral), no acto de instalação da bússola, fixavam a agulha à rosa-dos-ventos de modo a que a flor-de-lis apontasse o norte geográfico do lugar onde era construída.

²⁶ Esta «mudança» oferecia uma transição fácil e natural para a *Carta de Mercator* (1569) e não repugna admitir e acreditar que ela tivesse sido meditada por Pedro Nunes, conforme o parecer autorizado do Doutor Luciano Pereira da Silva e recordando ainda factos eloquentes: primeiro, é muito de crer que Mercator tivesse conhecimento dos trabalhos de Nunes dadas as relações existentes, naquela época, entre Portugal e a Flandres; segundo, o geógrafo inglês John Dee, era amigo e admirador comum de Nunes e do famoso criador das *cartas reduzidas* ou *mercatorianas*, base das actuais cartas marítimas em uso em todos os navios. (Cf. A. Fontoura da Costa, in op. citada).

²⁷ Pedro Nunes chamava-lhe «radius astronomicus», assim seguindo a designação que lhe dera Purbáquio.

²⁸ Nunes manteve o nome de «astrolábio» para este instrumento.

²⁹ O itálico é nosso. O termo «medeclino» era usado por Nunes para designar *alidade ou mediclina*, como se diz hoje.

³⁰ «Itaque si in quadrantem AB cupiat quis particulam unius minuti, transferat unam arcus particulam LM in quadratem initio facto a puncto A vel a quovis gradu. Nam particula ultra unum gradum continebit unum minutum. Eodem modo se duae particulae

transferantur, complectetur particula ultra duos gradus duo minuta ... et sic deinceps». (Diogo Pacheco de Amorim, op. citada).

³¹ Sobre a origem, versão e difusão dos vocábulos *sinus rectus* *atque uersus*, fez Luís Serrão Pimentel, em 1673, a sua história, no trabalho *Prática da arte de navegar*, publicada por A. Fontoura da Costa, em 1940, publicação da Agência Geral das Colónias.

³² Manuel Peres, in *Pedro Nunes — Obras*, Academia das Ciências.

³³ *Epicyclo*: curva descrita por um ponto da circunferência de um círculo móvel, cujo centro descreve a circunferência de outro círculo. Para Ptolomeu, este último círculo era concêntrico ou não com a Terra, cujo centro descreve, por sua vez, a circunferência de um terceiro círculo.

³⁴ Gomes Teixeira, ops. citadas.

³⁵ Sendo a forma canónica de uma equação do 3.º grau $a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0$,

a fórmula do italiano Tartaglia e também de Del Ferro, é:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{g}{2} + \sqrt{\frac{g^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{g}{2} - \sqrt{\frac{g^2}{4} + \frac{p^3}{27} - \frac{a^1}{3a_0}}}$$

$$\text{onde é } p = \frac{a_2}{a_0} - \frac{a_1^2}{3a_0^2} \quad ; \quad g = \frac{a_3}{a_0} - \frac{a_1 a_2}{3a_0^2} + \frac{2a_1^3}{27a_0}$$

³⁶ «Anais da Academia Politécnica do Porto», vol. III, pág. 222 e seguintes.

³⁷ Segundo o moderno sistema simbólico, teríamos:

$$x^2 + (10-x)^2 = 60 \Leftrightarrow 40 + 2x^2 = 20x \Leftrightarrow x = 5 - \sqrt{5} \quad Vx = 5 + \sqrt{5}$$

³⁸ Afigura-se-nos que, por vezes, Nunes chama «proporção» aquilo que certas traduções dos *Elementos* de Euclides designam por «razão».

³⁹ Seguimos de perto *Pedro Nunes — Obras*, Academia das Ciências de Lisboa, Imprensa nacional.

TÁBUA CRONOLÓGICA FUNDAMENTAL

- 1502 — Nasce em Alcácer do Sal. Nesse mesmo ano vem também ao mundo D. João, (primeiro filho de D. Manuel I), que viria a ser o terceiro de Portugal e aluno de Pedro Nunes.
- 1522 — Vai para Salamanca, em cuja Universidade foi estudante. Deixa esta cidade em 1525 licenciado em Artes. Foi também «ouvinte» nos Estudos Gerais de Alcalá de Henares. D. João escreve-lhe para Salamanca, solicitando-lhe que regresse, para «ler» a Cadeira de Matemática na Universidade Portuguesa.
- 1523 — Casa com D. Guiomar Áreas, filha de Pedro Fernandes Áreas, cavaleiro castelhano, cristão-velho, vizinho da cidade de Salamanca. (D. Guiomar é, para alguns, natural de Évora.) Deste casamento nasceram seis filhos: dois rapazes (Apolónio e Pedro) e quatro raparigas (Briolanja, Francisca, Isabel e Guiomar).
- 1529 (16 Nov.) — É nomeado Cosmógrafo do Reino, então já bacharel em Medicina por Lisboa, auferindo a tença de 20 000 reais pelo exercício daquele cargo.
- 1529 (4 Dez.) — É encarregado da regência de uma cadeira de Filosofia Moral da Universidade de Lisboa.
- 1530 (15 Jan.) — É investido no magistério da cadeira de Lógica, na mesma Universidade.
- 1531 (Jan.) — É convidado para reger a cadeira de Metafísica na Universidade de Lisboa.
- (13 Agosto) — D. João III convida-o para professor de seus irmãos D. Luis, D. Henrique, D. Duarte, D. António e, mais

- tarde, o convite foi extensivo para D. Catarina, duquesa de Bragança, e D. Maria, princesa de Parma. Alvará régio aumenta-lhe de 20 000 reais a tença que auferia como Cosmógrafo do Reino.
- 1532 (27 Jan.) — Deixa o exercício da docência na Universidade para se dedicar a tempo inteiro ao cargo de Cosmógrafo. Deve ter sido substituído por Garcia de Orta no magistério universitário.
- (16 Fev.) — Termina definitivamente a licenciatura em Medicina na Universidade de Lisboa.
- 1534 (7 Out.) — Alvará régio concede-lhe a tença de 40 000 reais e mais 4 moios de trigo por ser professor do Infante D. Luís, o que (tudo) lhe foi conservado em 1556 após o falecimento daquele Infante.
- 1537 (1 Dez.) — Sai à estampa, em língua portuguesa, o volume *Tratado da Sphera* que reunia trabalhos originais e traduções:
- 1) Tratado sobre certas dúvidas da navegação;
 - 2) Tratado em defesa da carta de marear com o regimento da altura;
 - 3) Tradução do Tratado da Esfera de Sacrobosco;
 - 4) Tradução da Teórica do Sol e da Lua de Purbáquio;
 - 5) Tradução do 1.º livro de Geografia de Cláudio Ptolomeu.
- 1542 (Jan.) — Publica o *De Crepusculis*, uma das obras que mais reputação lhe deu nos meios científicos.
- 1544 (16 Out.) — D. João III encarrega-o da regência da Cadeira de Matemática e Astronomia da Universidade, então já instalada em Coimbra, para onde havia sido transferida em 28 de Março (Novembro?) de 1537. Manteve-se neste lugar até 1562.
- 1546 — Em Coimbra é impresso o seu trabalho «*De erratis Orontii Finei, Regii Mathematicarum Lutetiae Professoris*».
- 1547 (22 Dez.) — Pedro Nunes é nomeado Cosmógrafo-mor do Reino, época em que haviam terminado as grandes descobertas geográficas dos portugueses. Passa a receber mais 10 000 reais do que recebia como simples cosmógrafo.
- 1548 — É feito Cavaleiro do Hábito de Nosso Senhor Jesus Cristo.
- 1555 — Eleito para proceder à reforma dos Estatutos universitários, juntamente com o licenciado Baltazar de Faria, este nomeado por despacho régio.

- Nov. — Morre o Infante D. Luís, seu discípulo dilecto.
- 1556 (26 Jun.) — Por alvará de D. João III é-lhe mantida a pensão de 40 mil reais, e os 4 moios de trigo, que auferia como professor particular do Infante D. Luís, embora este tivesse falecido em Novembro de 1555.
- 1557 (11 Jun.) — Morre D. João III.
- 21 Out. — A Rainha D. Catarina faz mercê de um «ofício no Reino da Índia» à pessoa que casasse com uma das filhas de Pedro Nunes. Noutro despacho, com a mesma data, a Rainha autoriza Pedro Nunes a estar ausente da regência da sua Cadeira na Universidade durante três ou quatro anos, para se ocupar de tarefas ligadas à ciência das navegações, «sem detrimento e perda, antes deve por isso receber da Universidade todo o favor»... «pelo que vos encomendo e mando que dos 100 mil reais que ele tem por um ano... lhe mandeis pagar 80 mil, pelo dito tempo de 4 anos... a começar a contar de 10 dias de Janeiro do ano que vem de 1558 em diante».
- 20 Dez. — Pedro Nunes apresenta ao Conselho da Universidade de Coimbra um *alvará de lembrança* em que a Rainha determina que os 4 anos que ele iria passar na Corte, e os 3 anos em que foi professor da Universidade em Lisboa lhe fossem contados para efeitos do cômputo de jubilação; e que a respectiva pensão fosse calculada em 80 mil reais.
- 1558 (12 Fev.) — Apresenta ao Conselho da Universidade carta d'El-Rei, ordenando que ele, Pedro Nunes, fosse ouvido na nomeação do professor que o substituir na docência da Cátedra durante os seus impedimentos.
- 1562 (10 Março) — Pede ao Cónego Álvaro Nunes da Costa, seu amigo, que apresente a Sua Alteza a Rainha o requerimento explícito da sua aposentação.
- 12 Abril — D. Sebastião alcança mercê, para a pessoa que casar com uma das filhas do Cosmógrafo-mor, do ofício de Contador na Comarca de Elvas, como permuta do ofício que havia sido previsto no Reino da Índia pelo despacho da Rainha D. Catarina, de 21 de Outubro de 1557.
- Julho — É-lhe concedida a jubilação por diploma de D. Catarina, sua última interferência como Regente do Reino.
- 1564 — O Cardeal D. Henrique concede-lhe a mercê de poder legar a sua mulher os 40 mil reais que recebia como mestre do Infante D. Luís, além de 4 moios de trigo.

- 1566 — Sai em Basileia (seja, Báile) o volume *Petri Nonii Salaciensis opera*, trabalho em que são refundidos e ampliados os trabalhos que, em 1537, publicara com o título *Tratado da Sphera*, mas agora acrescidos de novos escritos, como consta dos dizeres impressos no rosto da edição. Aqui aparece pela primeira vez uma das suas obras mais notáveis: o tratado *De Arte atque ratione navigandi* em conjunto com o *De Crepusculis*.
— Casa sua filha Briolanja com Manoel da Gama Lobo.
- 1567 — Publica em língua castelhana, na cidade de Antuérpia, o seu *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*.
- 1568 (19 Maio) — Passa a receber a sua pensão de reforma e o subsídio (de 50 mil reais) de Cosmógrafo-Mor, por recceitas de Coimbra, cidade onde fixara residência.
- 11 Out. — Vindo de Coimbra, chega a Lisboa, chamado pelo Rei D. Sebastião, que o hospeda no Paço Real e lhe propõe a tarefa de reformar *os pesos e medidas do Reino*, reforma que foi promulgada por lei, em 1575.
- 1571 — É publicado por António Mariz, impressor em Coimbra, um volume que reúne os seus trabalhos *De Crepusculis* e *De erratis Orontii Finei*.
- 1572 (11 Set.) — D. Sebastião encarrega-o de organizar uma cadeira de matemática e astronomia expressamente programada para instrução de pilotos e mareantes.
- 1573 — O mesmo impressor coimbrão, António Mariz, faz a reimpressão dos trabalhos que haviam sido publicados no volume *Petri Nonii Salaciensis Opera*, em Basileia, no ano de 1566. Esta nova edição, em relação à primeira, é acrescida dos dois *opúsculos* *De Crepusculis* e *De erratis Orontii Finei*, que o referido impressor fizera editar em 1571.
- 1574 (12 Agosto) — Alvará régio determina que os vencimentos, mercês e tenças, que Pedro Nunes aufere, sejam, por seu falecimento, legados a seus filhos.
- 6 Set. — D. Sebastião prorroga por mais dois anos os efeitos do alvará que lhe concedera 80 mil reais de ajudas de custo para ocorrer às despesas de residência em Lisboa.
- 1576 — Já viúvo, deixa Lisboa para se fixar em Coimbra, numa casita situada na Rua da Calçada, aqui ficando a viver com sua filha Guiomar.
- 1577 — Recebe convite do Papa Gregório XIII para se pronunciar sobre um projecto de Reforma do Calendário.

- 1578 (17 Jan.) — O Bispo da diocese de Coimbra, D. Manuel de Menezes, a pedido de Pedro Nunes, recorre às «armas espirituais» para dar solução judicial ao litígio travado entre a filha Guiomar e o seu prometido noivo, Heitor de Sá. Estala nesse dia o episódio dramático que passou à História pelo ápodo *escândalo da cutilada*.
- 1578 (11 Agosto) — Morre Pedro Nunes (uma semana após o desastre nacional de Alcácer-Quibir), glória da Ciência portuguesa e universal.

BIBLIOGRAFIA

- ALBUQUERQUE, Luís de — *Ciência e experiência nos Descobrimentos portugueses*, Biblioteca Breve, Instituto de Cultura e Língua Portuguesa; *Estudos de História*, Univ. Coimbra, vol. III, 1975; vol. IV, 1976.
- AMORIM, Diogo Pacheco de — *Pedro Nunes, subsídios para a sua biografia*, separata da «Revista da Faculd. Ciências», vol. IV, n.º 3, Coimbra, 1935.
- BAIÃO, António — *O matemático Pedro Nunes e a sua Família*, bol. da 2.º classe da Acad. Ciências de Lisboa.
- BARRETO, Luís Filipe — *Descobrimentos e Renascimento*, 2.ª ed., Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 1983.
- CALLANDREAU, Édouard — *Célèbres Problèmes Mathématiques*, Ed. Albin Michel, Paris, 1949.
- CARVALHO, Joaquim de — *Subsídios para a História da Filosofia e da Ciência em Portugal*, separata da «Revista da Univ. Coimbra», vol. XVII; *Defensão do Tratado de Rumação do globo para a Arte de Marear*, 1952.
- COSTA, A. Fontoura da — *Marinaria dos Descobrimentos; Pedro Nunes*, Agência Geral das Colónias.
- DIAS, J. S. Da Silva — *Os Descobrimentos e a Problemática Cultural do século XVI*, Ed. Presença.
- GODINHO, Vitorino Magalhães: *Os Descobrimentos e a Economia Mundial*, Ed. Presença.
- GUIMARÃES, Rodolphe — *Les Mathématiques en Portugal*, 2.ª edição, Coimbra, 1909; *Les Mathématiques en Portugal au XIX siècle*, Coimbra (1900).
- NUNES, Pedro — *obras*, vols. I, II, III, VI, Academia das Ciências, Lisboa, Ed. Imprensa Nacional.

- SERRÃO, Joaquim Veríssimo — *História de Portugal* (1495-1580), Ed. Verbo.
- SILVA, Luciano Pereira da — *Obras Completas*, ed. preparada pela Faculdade de Ciências da Univ. Coimbra, Agência Geral das Colónias, Lisboa, 1942-46.
- TEIXEIRA, Francisco Gomes — *Panegíricos e Conferências*, Academia das Ciências Lisboa, 1925; *História das Matemáticas em Portugal*, Academia das Ciências de Lisboa, 1934.