O difícil acaso

À primeira vista nada parece mais fácil do que o acaso. O que parece difícil é a organização e a ordem. Mas a realidade é bem diferente. As coisas actuam como se tivessem uma vida própria, organizando-se e gerando padrões. Numa floresta, cada tipo de árvore tende a aparecer em conglomerados, pois é aí que se concentram mais sementes desse tipo. No mar, as ondas parecem deslocar-se em grupos, em fileiras consecutivas, pois as massas de água movem-se em conjunto. No universo, as estrelas aparecem agrupadas em galáxias, as galáxias juntam-se em grupos e os grupos de galáxias aparecem em superconglomerados.

Esta tendência para a organização faz-nos pensar que o puro acaso deve ser algo completamente desorganizado, em que não se vislumbram padrões. Mas o puro acaso é difícil de reproduzir. Peça-se a alguém que comece a dizer sílabas à toa, como que inventando uma linguagem nova. Ao fim de poucas «palavras», qualquer pessoa esgota a sua imaginação e começa a repetir as mesmas sílabas. É muito difícil produzir sons ao acaso.

Numa experiência célebre, os psicólogos têm pedido a pessoas que escrevam sucessões de zeros e uns, tal como se atirassem uma moeda ao ar e escrevessem «0» cada vez que aparecesse caras e «1» cada vez que aparecesse coroas. Depois pede-se às mesmas pessoas que escrevam outra sucessão de zeros e uns, mas desta vez atirando realmente uma moeda ao ar e registando os resultados. Se as sequências forem suficientemente longas, digamos, com 20 ou mais algarismos, um estatístico consegue habitualmente descobrir qual é a sucessão puramente aleatória, resultante da sequência de faces mostradas pela moeda, e qual é a sucessão inventada. Faça o leitor a experiência: comece por escrever numa folha de papel uma sucessão de zeros e uns. Se quer que a experiência seja realmente conclusiva, tenha paciência e escreva uns 250 algarismos. Depois faça outros tantos lançamentos de moedas e escreva os 250 algarismos correspondentes.

Para testar se as sequências são realmente aleatórias, podem seguir-se vários métodos. Pode-se, por exemplo, contar a frequência de zeros, que deve ser aproximadamente metade. Ou seja, se fizermos a média dos algarismos, deve-se obter 0,5, ou quantidade muito parecida. Quando se atira uma moeda ao ar, tem-se verificado que é isso que acontece, isto é, as fracções de «caras» e de «coroas» são muito equiparáveis. No século XVIII, o naturalista francês Georges Louis Leclerc (1707–1788), conhecido dos matemáticos como Conde de Buffon, resolveu fazer essa experiência. Ele, ou talvez algum dos seus criados, lançou uma moeda ao ar 4040 vezes e obteve 2084 caras — uma proporção de 0,5069. Já no século XX, o estatístico inglês Karl Pearson (1857–1936) repetiu a experiência 24 mil vezes, obtendo 12 012 caras — uma proporção de 0,5005. Durante a guerra, um matemático inglês prisioneiro dos nazis ocupou o tempo da mesma forma, contando 5067 caras em dez mil lançamentos — uma proporção de 0,5067.

Estes dados sugerem que uma moeda pode ser um razoável instrumento aleatório quando há um equilíbrio entre dois resultados possíveis. Se o leitor quiser repetir estas experiências, terá de ter cuidado e apanhar a moeda ainda no ar — quando se deixa a moeda rolar pelo chão antes de assentar numa das faces, a diferença de desenho dos dois lados favorece habitualmente um deles.

Se o leitor contar as frequências relativas de uma sequência inventada, pode ter algumas surpresas. Pode verificar que a sua sucessão tem uma média que se afasta bastante de 0,5, enquanto a sucessão gerada pelas moedas está muito perto desse valor. Mas onde os seres humanos costumam deixar a sua marca é na sucessão de zeros ou uns consecutivos, as chamadas corridas. As pessoas consideram mais verosímil construir sucessões em que as corridas de números idênticos são muito curtas e os números se alternam frequentemente. A nossa intuição diz-nos que é mais provável obter a sequência 0100101101, por exemplo, pelo lançamento de moedas, do que a sequência 0000011111, para dar outro exemplo. Na realidade, ambas têm a mesma probabilidade de ocorrência, mas os padrões semelhantes ao primeiro são mais frequentes do que o segundo. O ser humano tem dificuldade em avaliar intuitivamente o comprimento e o número de corridas de um mesmo algarismo.

Se o leitor teve a paciência de construir uma sucessão de 250 algarismos, conte agora o número de corridas de três ou mais algarismos idênticos. É muito provável que tenha construído poucas, pois a intuição diz-lhe que tais corridas devem ser pouco prováveis. Na realidade, uma sucessão de

250 zeros e uns que seja puramente aleatória, querendo com isso dizer que os zeros e uns aparecem com igual probabilidade e independentemente dos valores ocorridos anteriormente, deverá ter trinta e duas corridas de três ou mais algarismos idênticos. Será que o leitor construiu assim a sua sequência? É pouco provável. E que se passa quanto a corridas com quatro ou mais algarismos idênticos? A sua sucessão tem alguma? É provável que não, mas deveria ter cerca de dezasseis. E quantas corridas de cinco ou mais elementos idênticos? Tem alguma? É quase certo que não, mas deveria ter cerca de oito. Tal como deveria ter quatro de seis, e duas com pelo menos sete elementos.

Se o leitor se quiser agora dar ao trabalho de atirar 250 vezes uma moeda ao ar, pode verificar que as corridas que acima se descreveram acontecem com a frequência descrita, ou muito perto disso. Se não quiser ir tão longe e quiser construir sucessões mais curtas, uma vez que os cálculos são complicados, pode comparar a sua sequência inventada com a obtida pelo lançamento de uma moeda. Agora que já sabe que as pessoas tendem evitar corridas de um mesmo número, pois identificam a alternância com a aleatoriedade e as corridas com um padrão propositado, o leitor não é a pessoa ideal para tentar a experiência. Peça a um amigo que escreva uma fila de zeros e uns aleatórios. Lance depois a moeda ao ar outras tantas vezes e conte o número de corridas. Verá que a moeda se repete mais do que o seu amigo.

Tudo isto parece apenas um jogo, mas a realidade é que a construção de números aleatórios é muito importante em ciência. Em estatística, por exemplo, sabe-se que as amostras aleatórias têm propriedades muito desejáveis, que as tornam boas candidatas a «representativas» de uma população. Na organização de experiências, por exemplo, no teste de remédios que são administrados a um conjunto de indivíduos e não a outros (que constituem a amostra de referência), é importante saber escolher ao acaso os elementos que entram em cada grupo, de forma a evitar enviesamentos devidos à subjectividade do investigador. Em ciências da computação e em todas as áreas que fazem simulações em computador, é importante utilizar números aleatórios, que ponham os algoritmos a simular a variabilidade dos processos reais. Em todos estes casos, pretende-se obter sucessões que tenham propriedades semelhantes às da sequência de lançamentos de uma moeda e que evitem a subjectividade inerente ao julgamento humano.

Em tempos, os cientistas recorriam a tabelas de números aleatórios, construídas para o efeito por processos muito laboriosos. Hoje em dia, os números aleatórios são obtidos em computador, por processos algébricos que produzem sequências de números que, para todos os efeitos, podem ser considerados aleatórios. Na realidade, esses números são construídos por processos determinísticos, e por isso se chamam «pseudo-aleatórios». Mas, tal como no caos, as sequências obtidas reproduzem tão bem sequências puramente aleatórias que passam todos os testes possíveis. Como dizia o matemático Donald Knuth, um dos mais reputados cientistas de computação da actualidade, «os números aleatórios não podem ser gerados por um método escolhido ao acaso, tem de se utilizar alguma teoria». Por outras palavras: o acaso é demasiado importante para ser entregue a si próprio.

A MATEMÁTICA DAS COISAS : DO PAPEL A4 AOS ATACADORES DE SAPATOS, DO GPS ÀS RODAS DENTADAS / NUNO CRATO

AUTOR(ES):	Crato Nuno 1952-; Santos José Carlos, ed. lit.; Valente Guilherme, ed. lit.
EDIÇÃO:	4o ed.
PUBLICAÇÃO:	Lisboa : Gradiva 2008
DESCR. FÍSICA:	245 p. : il. ; 23 cm
COLECÇÃO:	Temas de Matemática / José Carlos Santos / Guilherme Valente ; 6
ISBN:	978-989-616-241-2